

THEORETISCHE ÜBERLEGUNGEN
ZUR SECHS-BAUM-STICHPROBE UND DEREN PRAKTISCHE
ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Doktorwürde
der Forstwissenschaftlichen Fakultät
der Albert-Ludwigs-Universität
zu Freiburg im Breisgau

vorgelegt von

VEIT HIRNER
aus Schwäbisch Gmünd

Freiburg 1978



Digitized by the Internet Archive
in 2026

THEORETISCHE ÜBERLEGUNGEN
ZUR SECHS-BAUM-STICHPROBE UND DEREN PRAKTISCHE
ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Doktorwürde
der Forstwissenschaftlichen Fakultät
der Albert-Ludwigs-Universität
zu Freiburg im Breisgau

vorgelegt von
VEIT HIRNER
aus Schwäbisch Gmünd

Rodan

Freiburg 1978

Dekan: Prof.Dr. H. BRAUN
Leiter der Arbeit: Prof.Dr.Dr.h.c.M. PRODAN
Referent: Prof.Dr.Dr.h.c.M. PRODAN
Korreferent: Prof.Dr. W. SCHÖPFER

Tag der Verkündigung der Prüfungsergebnisse: 6.11.1978



I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

Seite

1.	Einleitung	2
2.	Wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen zur Sechs-Baum-Stichprobe	4
3.	Analytische Untersuchungen an einem homogenen Modellbestand	8
3.1	Beschreibung des Modellbestandes	9
3.2	Berechnung der Standflächen	9
3.3	Vergleich der Summen von Probekreis- und Standflächen	12
3.4	Einfluß der Abstandsklassen	13
3.5	Vergleich einzelner Probekreis- und Standflächen	13
3.6	Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien und Probekreisflächen	15
4.	Die Schätzung der Grundfläche in homogenen Beständen	19
4.1	Das gewogene Mittel	19
4.2	Rechnerische Beseitigung des systematischen Fehlers beim gewogenen Mittel	33
4.3	Arithmetisches Mittel	34
4.4	Herleitung des systematischen Fehlers beim arithmetischen Mittel	35
4.41	Systematischer Fehler von einzelnen Dichtegraden	35
4.42	Systematischer Fehler einer Summe von Dichtegraden	38
4.421	Ableitung des systematischen Fehlers über die Abweichungen der Probekreisflächen von der Summe der zugehörigen Standflächen	38
4.422	Ableitung des systematischen Fehlers über den Variationskoeffizienten c_{fa} der Probekreisflächen um die Ausgleichsgerade der Korrelation $f_i = f(g_i)$	40

	Seite
5. Schätzung der Grundfläche in heterogenen Beständen	41
5.1 Beschreibung des Modellbestandes	42
5.2 Durchführung der Sechs-Baum-Stichprobe	48
5.21 Anlage der Meßpunkte	48
5.22 Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien und Probekreisflächen	49
5.3 Schätzung der Grundfläche	49
5.31 Gewogenes Mittel	49
5.32 Arithmetisches Mittel	53
6. Verbesserung der Schätzwerte für G/ha	58
6.1 Rechnerische Methoden	58
6.11 Gewogenes Mittel	58
6.12 Arithmetisches Mittel	62
6.13 Vergleich des arithmetischen und gewogenen Mittels	67
6.131 Stichproben mit normalem Stichprobenumfang	68
6.132 Stichproben mit Umfang $N = 20$	68
6.2 Aufnahmetechnische Methoden	70
6.21 Blößen	70
6.211 Gewogenes Mittel	72
6.212 Arithmetisches Mittel	74
6.22 Überhälter	75
6.23 Unterstand	77
6.24 Stratifizierung	78
7. Stammzahl	
7.1 Gewogenes Mittel	78
7.2 Arithmetisches Mittel	81
8. Baumartenanteile	82
9. Repräsentationsfehler	86

10.	Stichprobennahmen in künstlichen Pflanzverbänden	91
10.1	Der Quadratverband	91
10.11	Die Ein-Baum-Stichprobe	92
10.12	Die Sechs-Baum-Stichprobe	93
10.13	Andere Mehrbaumstichproben	93
10.2	Der Dreieckverband	95
10.3	Der Rechteckverband	95
10.31	Die Sechs-Baum-Stichprobe	95
10.32	Die Drei-Baum-Stichprobe	97
11.	Auswertung von Standortskarten	101
11.1	Datenerhebung	101
11.2	Datenauswertung	102
12.	Zusammenfassung	108
	Summary	110
	Résumé	111
13.	Literaturverzeichnis	112

V O R W O R T

Als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Instituts für Forstliche Ertragskunde Abt. Biometrie der Universität Freiburg i.Br. habe ich auf Vorschlag von Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. M. PRODAN mit der vorliegenden Arbeit begonnen. Im Jahre 1971 wurden sämtliche Außenarbeiten abgeschlossen und ein Teil der rechnerischen Auswertung des umfangreichen Datenmaterials durchgeführt.

In die Problematik der 6-Baum-Stichprobe konnte ich mich während meiner Referendarzeit vertiefen.- Nach Ablegung der Großen Forstlichen Staatsprüfung wurde ich zum Forstamt Heilbronn versetzt, was die Weiterführung der begonnenen Arbeit erschwerte. Dadurch verzögerte sich der Abschluß erheblich.

Die wertvollen Anregungen meines verehrten Lehrers Prof. PRODAN und die Ermutigung vor allem durch Frau Dr. PRODAN waren mir eine große Hilfe bei der Fertigstellung der Arbeit. Dafür möchte ich an dieser Stelle Familie PRODAN besonders danken.

Zu Dank bin ich auch Herrn Dr. KO und Herrn RHODE von der Abteilung Biometrie verpflichtet, die mich bei zahlreichen Datenauswertungen unterstützten. Nicht zuletzt möchte ich auch meiner Frau für ihre tatkräftige Mithilfe danken.

1. Einleitung

Die Sechs-Baum-Stichprobe (= SEBAST) wurde von PRODAN im Jahre 1968 als neuartiges, rationelles Punktstichprobenverfahren der Holzvorratsinventur vorgeschlagen, welches aufgrund seiner einfachen Anwendung für die Ermittlung der Grundfläche/ha bzw. des Bestandesvorrats ein großes Echo bei der Forsteinrichtung gefunden hat. Das Verfahren ist kostengünstig und zeitsparend und erfordert nicht wie bei traditionellen Probekreisaufnahmen den Spezialisten für Stichprobenverfahren, sondern nur den eingeübten Mitarbeiter der Forsteinrichtung (BEISEL).

Die SEBAST stellt ein Bindeglied zwischen den Stammabstandsverfahren und den traditionellen Probekreisaufnahmen dar: Es werden sowohl der Abstand zu einem bestimmten Baum wie auch die Stärke der Bäume innerhalb von Probekreisen gemessen. Während jedoch bei den herkömmlichen Stichprobenverfahren, die mit festen Probekreisradien operieren, die Zahl der Bäume je Probekreis eine Zufallsvariable darstellt, variiert bei der Sechs-Baum-Stichprobe die Fläche der Probekreise. - Eine Übersicht über die wichtigsten in der Literatur erwähnten Stichprobenverfahren gibt EHRENSPIEL.

In den vergangenen Jahren haben sich verschiedene Arbeiten mit der Theorie und praktischen Anwendung der SEBAST auseinandergesetzt. Erwähnenswert sind besonders die Arbeiten von KO et al., SCHÖPFER, TROMMER und KAPUCU. Auch EHRENSPIEL und CHEN brachten Beiträge zur Problematik von Mehrbaumstichproben allgemein.

Der Literatur ist zu entnehmen, daß die verschiedenen Schätzfunktionen für die hektarbezogene Grund-

fläche mit systematischen Fehlern behaftet sind. KO et al., TROMMER und EHRENSPIEL geben dem einfachen arithmetischen Mittel (= arithmetisches Mittel), SCHÖPFER und KAPUCU dagegen dem gewogenen arithmetischen Mittel (= gewogenes Mittel) den Vorzug.

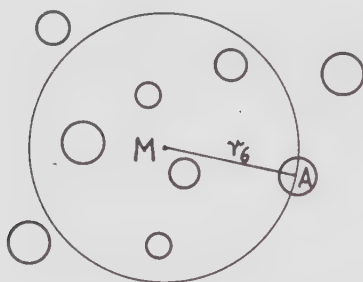
In der Forsteinrichtung der Landesforstverwaltung Baden-Württemberg wurde 1975 ein EDV- Programm zur Vorratsberechnung auf der Basis der SEBAST eingeführt (NAGEL).

Die vorliegende Arbeit stellt einen Beitrag zur Lösung der noch ungeklärten Verfahrensfehler der SEBAST dar.

2. Wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen zur Sechs-Baum-Stichprobe

Bei der Sechs-Baum-Stichprobe wird der Radius r_6 eines ideellen Probekreises durch die Entfernung der Stammachse A des sechsnächsten Baumes vom Probekreismittelpunkt M bestimmt (Abb.1).

Abb.1 Die Sechs-Baum-Stichprobe

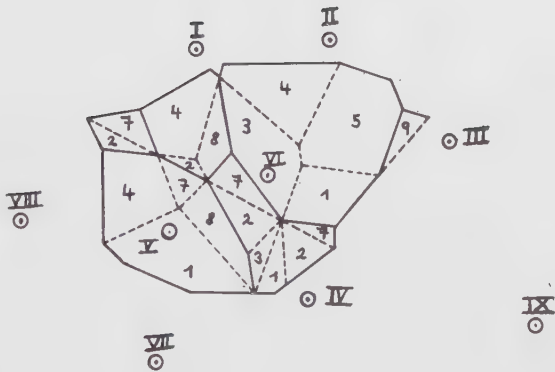


Um Auskunft darüber zu erhalten, mit welcher Wahrscheinlichkeit in einer zufällig verteilten Grundgesamtheit ein Individuum sechsnächster Baum eines beliebigen Probekreismittelpunktes wird, soll ein Ausschnitt des kartographisch erfaßten Mooswald-Bestandes näher untersucht werden.

In Abb.2 sind alle Einzelbäume punktförmig dargestellt. Für alle Probekreismittelpunkte innerhalb der mit arabischen Ziffern bezeichneten Polygonflächen kommt irgendeiner der umrahmten und mit römischen Ziffern bezeichneten Einzelbäume als sechster oder noch näher liegender Baum in Frage. Die Polygone entstanden durch Ziehung der Mittelsenkrechten zwischen einem ermittelten 6. Baum und dessen in der Rangordnung darunter oder darüber stehenden Nachbarbäumen. Für alle Probekreismittelpunkte eines Polygons ist derjenige Baum der sechsnächste, dessen römische Ziffer der arabischen Ziffer entspricht. Damit ist bis auf Baum Nr.VI jeder umrahmte Einzelbaum mit einem Wahrscheinlichkeitspolygon auf der kleinen Untersuchungsfläche vertreten.

Abb.2

Sechs-Baum-Stichprobe
Wahrscheinlichkeitspolygone
(Erläuterungen im Text)



Betrachtet man die Wahrscheinlichkeitspolygone einer Sechsergruppe von Bäumen, z.B. Nr.I - VI, so läßt sich eine Gesetzmäßigkeit in der Anordnung dieser Polygone erkennen: Sie fügen sich zu einem kreisförmigen Gebilde zusammen. Die "Kreise" aller untersuchten Sechsergruppen sind in Abb.2 durch ausgezogene Linien gekennzeichnet; die Grenzlinien der innerhalb der "Kreise" liegenden Polygone sind gestrichelt. Aus der Abbildung kann entnommen werden, daß auch unvollständige "Kreise" in Form von "Kreissektoren" auftreten, welche sich in Zwischenräume einfügen.

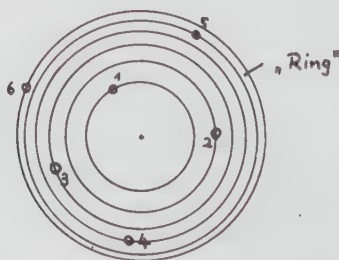
Bei den Wahrscheinlichkeitspolygonen handelt es sich um Drei- bis Sechsecke, im Mittel um Vierecke. Sie haben - schematisch gezeichnet - folgende Gestalt:



Die gestrichelten Linien entsprechen Mittelsenkrechten zwischen jeweiligen sechsten Bäumen und deren Nachbarn mit niedrigerer Rangordnung. Diese Linien sind als Radien der obengenannten "Kreise" aufzufassen. - Die ausgezogenen Linien stellen Mittelsenkrechten zu Nachbarn mit höherer Rangordnung dar.

Die Gestalt der Wahrscheinlichkeitspolygone ist aus dem theoretischen Modell der "konzentrischen Kreise" abzuleiten (Abb.3).

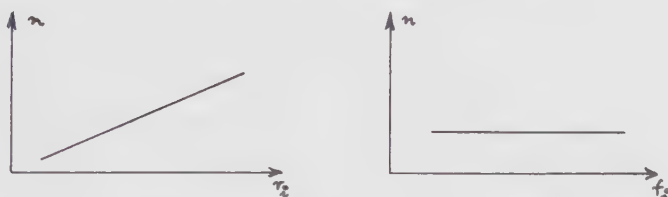
Abb.3 Modell der "konzentrischen Kreise"



Werden in völlig homogenen Populationen (konstanter Baumdurchmesser) von einem bestimmten Punkt aus konzentrische Kreise mit den Radien der Baumabstände gezogen, dann ist die Fläche aller "Ringe" vom i -ten zum $(i+1)$ -ten Baum gleich groß. Die Abstände zwischen den Ringen werden also immer kleiner. Darauf ist zurückzuführen, daß der von den gestrichelten Linien eines Wahrscheinlichkeitspolygons gebildete Winkel im Regelfalle spitzer ist als derjenige der ausgezogenen Linien.

Anhand eines Wahrscheinlichkeitspolygons läßt sich die Häufigkeitsverteilung der möglichen Probekreisradien r_i und Probekreisflächen f_i bestimmen. Es ergeben sich dabei etwa folgende Verteilungskurven (Abb.4):

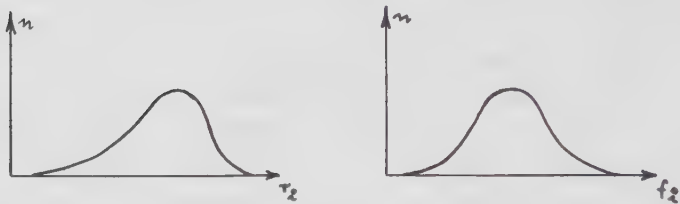
Abb.4 Häufigkeitsverteilung von r_i und f_i eines Wahrscheinlichkeitspolygons



Geht man nun davon aus, daß infolge der zufälligen Verteilung der Bestandesindividuen die Entfernung der Wahrscheinlichkeitspolygone zum entsprechenden sechsten Baum variiert, dann muß für eine große Zahl von Polygonen ein anderer Verlauf obiger Verteilungskurven gelten. Zugleich kann in einem solchen Fall ein regelmäßiger Kreissektor als mittlere Polygonform angesehen werden.

Nach dem Modell der "konzentrischen Kreise" wird der Streubereich der Polygonentfernungen von der durchschnittlichen Lage des fünften und siebten Baumes bestimmt. Die Abweichungen in Richtung auf den fünften Baum sind also größer. Unterstellt man dabei eine zufällige Verteilung, dann haben die Verteilungskurven der theoretisch möglichen r_i und f_i eines völlig homogenen Bestandes folgenden Verlauf (Abb.5):

Abb.5 Häufigkeitsverteilung von r_1 und f_1 einer
großen Zahl von Wahrscheinlichkeitspolygonen



Die Verteilungskurve von f_1 entspricht somit einer Normalverteilungskurve, wogegen die Kurve von r_1 eine positive Asymmetrie besitzt.

In natürlichen Beständen tritt eine Differenzierung der Bestandesglieder auf, welche eine mitunter große Variationsbreite der Baumabstände zur Folge hat. Es bilden sich dichtere und lichtere Bestandesbereiche heraus, die, wie Abb.2 zeigt, verschieden große Wahrscheinlichkeitspolygone aufweisen. Hieraus ist die Schlußfolgerung zu ziehen, daß Bereiche größerer Baumabstände (z.B. ältere Bestandesteile) mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit bei einer Stichprobe berücksichtigt werden. Es ist ferner anzunehmen, daß in einem regelmäßig aufgebauten Bestand die Wahrscheinlichkeitspolygone jedes Dichtegrades bezüglich der Lage zum sechsten Baum normal verteilt sind. Die Normalverteilung gilt somit auch für die entsprechenden Probekreisflächen.

In den folgenden Kapiteln wird obige Wahrscheinlichkeitstheorie anhand verschiedener Bestände auf ihre Stichhaltigkeit überprüft.

3. Analytische Untersuchungen an einem homogenen Modellbestand

Als "homogen" werden im Rahmen dieser Arbeit regelmäßige Bestandesstrukturen hinsichtlich Baumart, Alter, Aufbauform und Schlußgrad verstanden. Somit fallen unter diesen Begriff zunächst gleichaltrige, einschichtige Reinbestände, schließlich auch gut durchmischte Mischbestände glei-

chen Alters. Einen Sonderfall stellen gleichmäßig aufgebaute Plenterwälder dar.

3.1 Beschreibung des Modellbestandes

Als Modell einer homogenen Population wurde die Versuchsfäche (=Vfl.) Staußen 12^I Fichte ausgewählt. Es handelt sich hierbei um einen geschlossenen Fichten-Altbestand mit zufälliger Verteilung der Bestandesindividuen. Auffällig ist deren ausgeprägte Gruppenbildung im Zentrum der Fläche. Für die nachfolgenden Analysen auf der Basis von Standraumuntersuchungen wurde ein Stammverteilungsplan ausgewertet, welcher eine Gesamtfläche von 25 ar umfaßt. Hiervon sind jedoch nur 15,22 ar berücksichtigt; der Rest scheidet als Randzone aus, da die dort befindlichen Individuen nur unvollständige Standflächen im Verteilungsplan aufweisen. Die Fläche von 15,22 ar ergibt sich somit als Summe der auswertbaren Standflächen.

Insgesamt wurden 88 Bäume erfaßt; ihre Durchmesser-Verteilung ist in Abb.6 wiedergegeben. Der mittlere Durchmesser d_m beträgt 35,7 cm, der Variationskoeffizient der Stammgrundflächen 39,81%. Die durchschnittliche Stammzahl/ha beläuft sich auf 581. Die Grundflächenhaltung ist mit 58,08 m²/ha relativ hoch.

3.2 Berechnung der Standflächen

EHRENSPIEL führt in seiner Dissertation eine Vielzahl von Definitionen und näherungsweise Berechnungen der Standfläche eines Einzelbaumes an.

Für die folgende Untersuchung wurde die sogenannte Polygonmethode nach BROWN angewendet. Mit dieser Methode läßt sich die "potentiell verfügbare" Standfläche eines Baumes bestimmen. Die Standflächen werden geometrisch-rechnerisch durch die Mittelsenkrechten zu den Verbindungsgeraden zwischen einem betrachteten Mittelpunktbaum und seinen Nachbarbäumen ermittelt (Abb.7).

Abb. 6

Vfl. 12^I Stauen

Häufigkeitsverteilung der Brusthöhendurchmesser

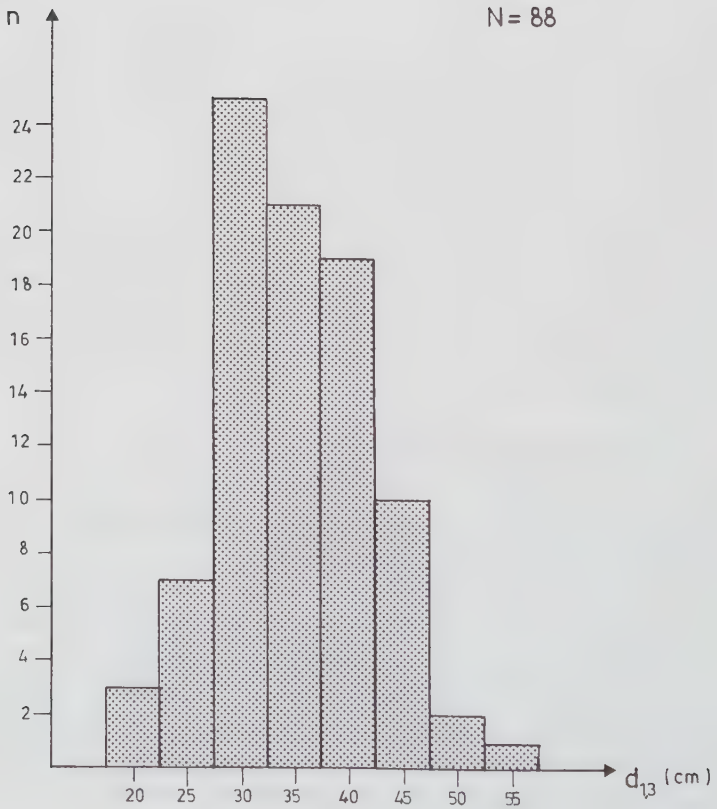
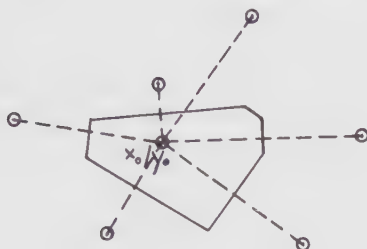


Abb.7

Polygonmethode nach BROWN



Die Mittelsenkrechten sind mit der Gleichung

$$y + \frac{x_i - x_0}{y_i - y_0} \cdot x + \frac{x_i x_0 - x_i^2}{y_i - y_0} - y_i = 0$$

(dabei sind x_0/y_0 die Koordinaten des Mittelpunktbaumes) zu beschreiben. Damit lassen sich die Koordinaten der einzelnen Schnittpunkte und daraus wiederum die Polygonflächen errechnen.

Die Polygonmethode hat den Vorteil, daß der gesamte Bestandesraum lückenlos aufgeteilt wird und die Berechnung der Standfläche relativ einfach ist. Die statistischen Maßzahlen der ermittelten Standräume enthält Übersicht 1.

Übersicht 1

Statistische Maßzahlen der berechneten Standflächen

N	$\sum f_i$ (m ²)	$\bar{f}$	s_f	$c_f\%$
88	1 522,08	17,3	± 5,28	30,52

N = Zahl der Standflächen
 $\sum f_i$ = Summe der "
 $\bar{f}$ = arithmetisches Mittel der Standflächen
 s_f = Standardabweichung " "
 $c_f\%$ = Variationskoeffizient " "

3.3 Vergleich der Summen von Probekreis- und Standflächen

Anhand des Stammverteilungsplanes wurden für den Modellbestand zwei Sechs-Baum-Stichproben nach verschiedenen Stichprobenplänen simuliert. Bei der ersten Variante wurden die Aufnahmepunkte auf der 15 ar großen Fläche nach vorgegebenem Raster systematisch verteilt, bei der zweiten Variante zufällig (mit Zufallszahlen). Der systematischen Erhebung liegen 40 bzw. nach Verfeinerung des Gitternetzes 76 Aufnahmeeinheiten zugrunde, der zufälligen Stichprobennahme 35 Einheiten. Die Dichte der Probekreise (bei $N = 76$ nur 5 m Abstand) gewährt eine fast lückenlose Erfassung der Modellfläche. Allerdings ist durch die Überlappung der Kreise im Bestandesinnern die Randfläche unterrepräsentiert, was bei der Beurteilung der Stichprobenergebnisse berücksichtigt werden muß.

Die Überlappung der Probekreise kommt in sehr hohen Aufnahmeprozenten zum Ausdruck (Übersicht 2), welche alle weit über 100% betragen. Die meisten Einzelbäume sind dementsprechend mehrfach in den drei Stichproben vertreten. In einem Fall (bei $N = 76$) ist ein Baum 11mal berücksichtigt.

Übersicht 2

Vergleich der Summen von Probekreis- und Standflächen verschiedener Stichprobennahmen

N	Verteilung der Probenpunkte	Aufnahme- prozent	Σf_{Pr_i}	Σf_{St_i}	$\Delta \%$
40	systematisch	263	4007,7	3905,3	+ 2,6
76	"	494	7521,0	7409,1	+ 1,5
35	zufällig	240	3655,1	3417,1	+ 7,0

N = Zahl der Probekreise

Σf_{Pr_i} = Summe der Probekreisflächen

Σf_{St_i} = " " Standflächen

$\Delta \%$ = prozentuale Abweichung der Probekreisflächen von den Standflächen

Der Theorie der SEBAST (vgl. Modell der "konzentrischen Kreise" in Abschnitt 2) ist immanent, daß sich in einer homogenen Population die Summe der Probekreisflächen mit der Summe der Standflächen aller in den Probekreisen befindlichen Individuen bei genügend hoher Stichprobenzahl annähernd deckt (Beziehung Grundfläche/Probekreis beim gewogenen Mittel). Vergleicht man die prozentualen Abweichungen der Probekreisflächen von den Standflächen (Übersicht 2), dann zeigt sich zunächst, daß die systematische Stichprobennahme bessere Ergebnisse liefert als die zufällige, da sie unterschiedliche Bestandesstrukturen wirksamer erfaßt (PRODAN). Ferner ist der Übersicht zu entnehmen, daß mit höherer Zahl der Probekreise eine Annäherung an die Standflächen tatsächlich erfolgt. Die noch verbliebene Restabweichung von + 1,5% bei $N = 76$ dürfte auf flächenmäßige Unterschiede von wahren und errechneten Standflächen sowie auf den Stichprobenfehler zurückzuführen sein.

3.4 Einfluß der Abstandsklassen

In Übersicht 3 ist ein Vergleich der Probekreis- und Standflächen für die Abstandsklassen 1 bis 7 durchgeführt. Danach stehen die Abweichungsprozente der einzelnen Abstandsklassen in engem Zusammenhang zueinander und streuen um die Abszisse.

Die prozentuale Abweichung $\Delta\%$ verringert sich dabei mit zunehmender Abstandsklasse. Das leichte Ansteigen von $\Delta\%$ bei der SEBAST dürfte auf die geringe Bestandesfläche, in welcher selbst unbedeutende Strukturveränderungen stärker zum Ausdruck kommen, zurückzuführen sein.

3.5 Vergleich einzelner Probekreis- und Standflächen

Mit jedem Probekreis werden die Stammquerschnitte von 5,5 Bäumen erfaßt. Um eine exakte Grundflächenschätzung für einen einzelnen Probekreis zu erhalten, müßte die Bezugsfläche (= Probekreisfläche) genauso groß sein wie die Sum-

me der entsprechenden 5,5 Standflächen. Es zeigt sich jedoch, daß zwischen einzelnen Probekreis- und Standflächen teilweise erhebliche Abweichungen bestehen. Bei 76 Probeeinheiten der SEBAST beträgt z.B. die Maximalabweichung 37,0%.

Übersicht 3

Summenvergleich von Probekreis- und Standflächen der Abstandsklassen 1 - 6

(N = 40)

	ΣPr_i	ΣSt_i	$\Delta \%$
1-Baum-Stichprobe	531,35	405,22	+ 31,10
2 " "	1 226,62	1 161,44	+ 5,61
3 " "	1 833,63	1 790,50	+ 2,40
4 " "	2 488,06	2 544,96	- 2,24
5 " "	3 143,53	3 214,17	- 2,20
6 " "	4 007,65	3 905,34	+ 2,61

Übersicht 4

Streu Maße von Probekreisflächen und zugehörigen Standflächen der Abstandsklassen 3 - 6

(N = 30)

	s_{Pr}	s_{St}	$c_{Pr}\%$	$c_{St}\%$
3-Baum-Stichprobe	19,53	10,99	40,46	23,83
4 " "	23,45	12,38	37,48	19,19
5 " "	24,51	15,23	30,96	18,85
6 " "	23,64	16,36	23,37	16,71

ΣPr_i = Summe der Probekreisflächen

ΣSt_i = " " Standflächen

$\Delta \%$ = prozentuale Abweichung der Probekreisflächen von den Standflächen

s_{Pr} = Standardabweichung der Probekreisflächen

s_{St} = " " Standflächen

$c_{Pr}\%$ = Variationskoeffizient der Probekreisflächen

$c_{St}\%$ = " " Standflächen

In Übersicht 4 sind die Stréumaße von Probekreisflächen und zugehörigen Standflächen verschiedener Abstandsklassen angegeben. Aus den Werten kann abgelesen werden, daß trotz des relativ homogenen Bestandes die Probekreisflächen ganz erheblich variieren. Die Varianzen der Standflächen liegen dagegen wesentlich niedriger. - Aus diesen Ergebnissen läßt sich ein Zusammenhang mit der Theorie der Wahrscheinlichkeitspolygone erkennen.

3.3 Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien und Probekreisflächen

Werden die Häufigkeiten der Probekreisradien r_i eines homogenen Bestandes über den Radiuswerten aufgetragen, so ergibt sich eine Verteilungskurve mit positiver Asymmetrie. Als anschauliches Beispiel wurde ein auf frischem Urgesteinsboden stockender Fichtenaltbestand des Forstbezirks Bonndorf ausgewählt (Abb.8). Die Probekreisradien der Vfl. Stauften deuten dagegen die Asymmetrie nur schwach an (Abb.9). Der Grund dafür liegt, wie oben schon erwähnt, in der Überrepräsentierung des Gruppenphänomens.

HAUSBURG hat für verschiedene Stammzahlen die Baumabstände a_i in Abhängigkeit von den Abstandsklassen aufgetragen und die sich ergebenden Parabeln abgeleitet. - In Abb. 10 sind die arithmetischen Mittel von jeweils 40 Probekreisradien verschiedener Abstandsklassen dargestellt (Vfl. Stauften).

Die Häufigkeitsverteilungen der Probekreisflächen sind ebenfalls in Abb.8 bzw. Abb.9 wiedergegeben. Das erste Beispiel zeigt erwartungsgemäß eine Normalverteilung, das zweite eine Verteilung mit schwach negativer Asymmetrie. - Die Theorie der Wahrscheinlichkeitspolygone findet somit in homogenen Beständen ihre Bestätigung. Für die meisten Altersklassenbestände ist eine gewisse Asymmetrie der Verteilungskurve charakteristisch. Denn

Abb. 8

Staatswald BONNDORF, Abt. 97

Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien r_i
und Probekreisflächen f_i

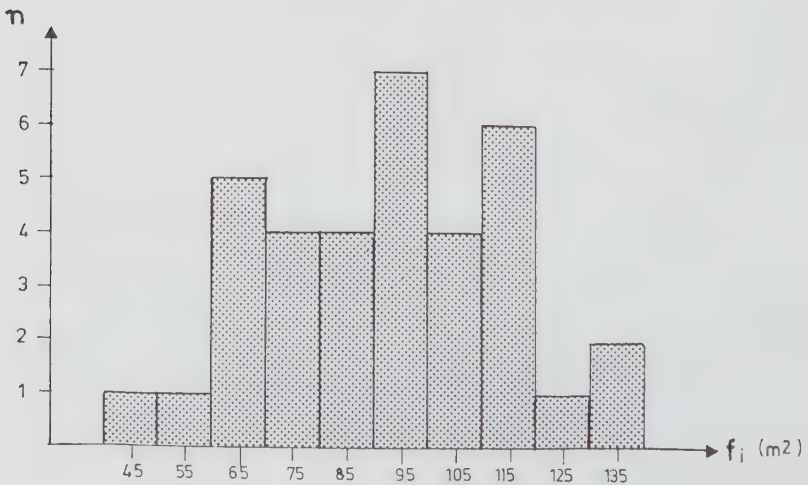
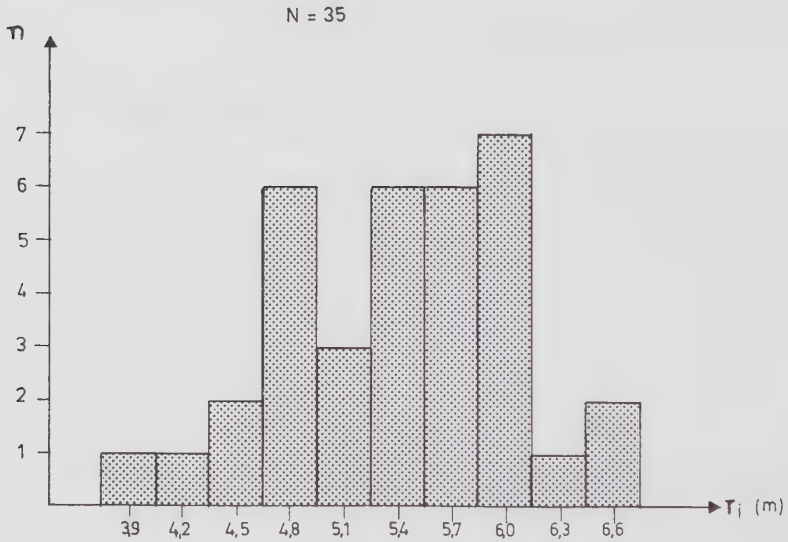


Abb. 9

Vfl. 12^I Stufen

Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien r_i
und Probekreisflächen f_i

N=76

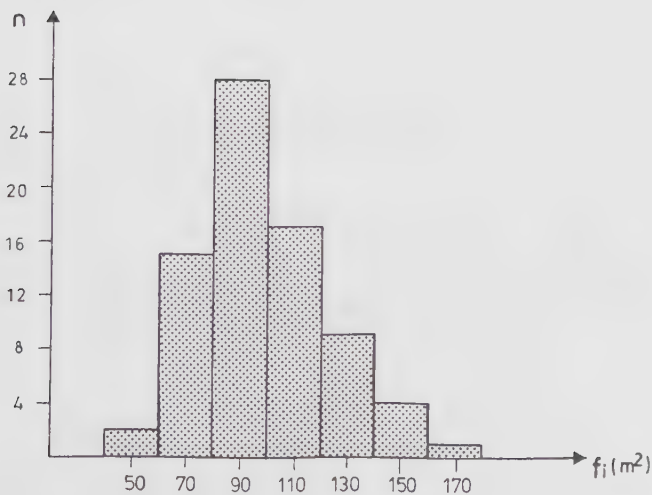
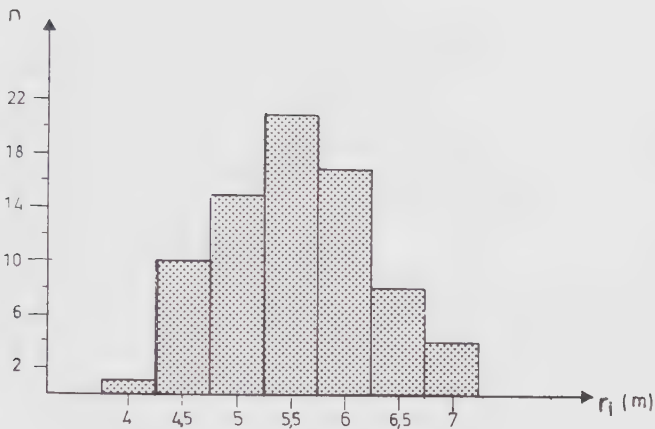
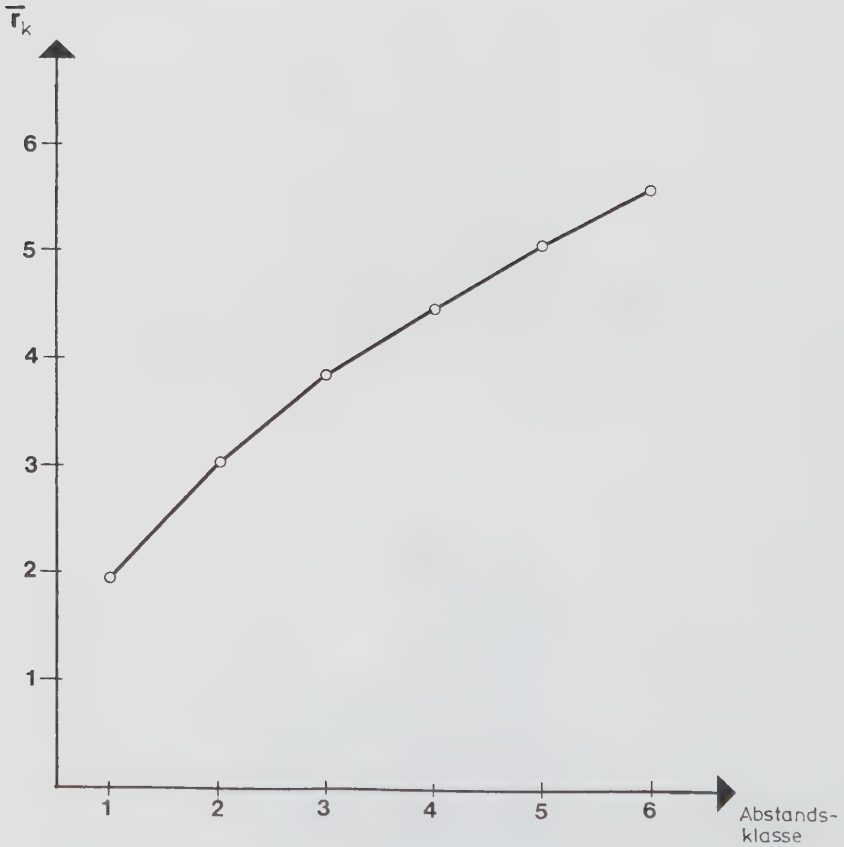


Abb. 10

VfL 12^I Stufen

Arithmetische Mittelwerte der Probekreisradien $\bar{r}_k$
verschiedener Abstandsklassen



durch eine Vielfalt an Einflüssen (Alter, Standort, Baumartenmischung usw.) tritt je nach den Gegebenheiten eine unterschiedlich große Inhomogenität in Form von Dichteschwankungen auf. Am gravierendsten wirken sich exogene Einflußfaktoren wie Wind, Schnee, Trockenheit usw. aus. Diese verursachen je nach der Disposition der Bestände verlichtete Bestandspartien, in denen die Probekreise größer ausfallen.

Entsprechend dem Gewicht der Einflußfaktoren wird die Verteilungskurve der Probekreisflächen modifiziert. Aufgrund eines relativ häufigeren Auftretens größerer Probekreisflächen tritt normalerweise eine Verschiebung des Häufigkeitsmaximums nach links auf. Abb.11 verdeutlicht dies an einem Fi-Ta-(Fo)-Bestand des staatl.Forstamts Bonndorf, bei dem bereits die Probekreisradien eine negative Asymmetrie aufweisen.

Die Auswirkungen unterschiedlicher Standortsgegebenheiten macht Abb.12 sichtbar. Mit der Einflußgröße "Bodenfrische" läßt sich die Verteilungskurve der Probekreisradien eines regelmäßigen Mischbestandes in zwei voneinander versetzte Teilverteilungskurven zerlegen.

Daraus ist zu schließen, daß sich die Gesamtverteilungskurve der Probekreisflächen eines Bestandes aus einer großen Zahl von Teilverteilungskurven bestimmter Dichtegrade zusammensetzt. In geschlossenen Beständen folgen die Kurven etwa einer Normalverteilungskurve, in verlichteten Beständen einer Kurve mit positiver Asymmetrie.

4. Die Schätzung der Grundfläche in homogenen Beständen

4.1 Das gewogene Mittel

KO, PELZ, THIRY und EHRENSPIEL geben für die Berechnung der Bestandsgrundfläche (G/ha) die Wiegung der einzelnen g_i /ha-Werte mit der entsprechend den Bestandesverhältnissen variierenden Bezugsfläche (f_i) an:

Abb.11

Staatswald BONNDORF , Abl.100 - Altersklasse IV

Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien r_i

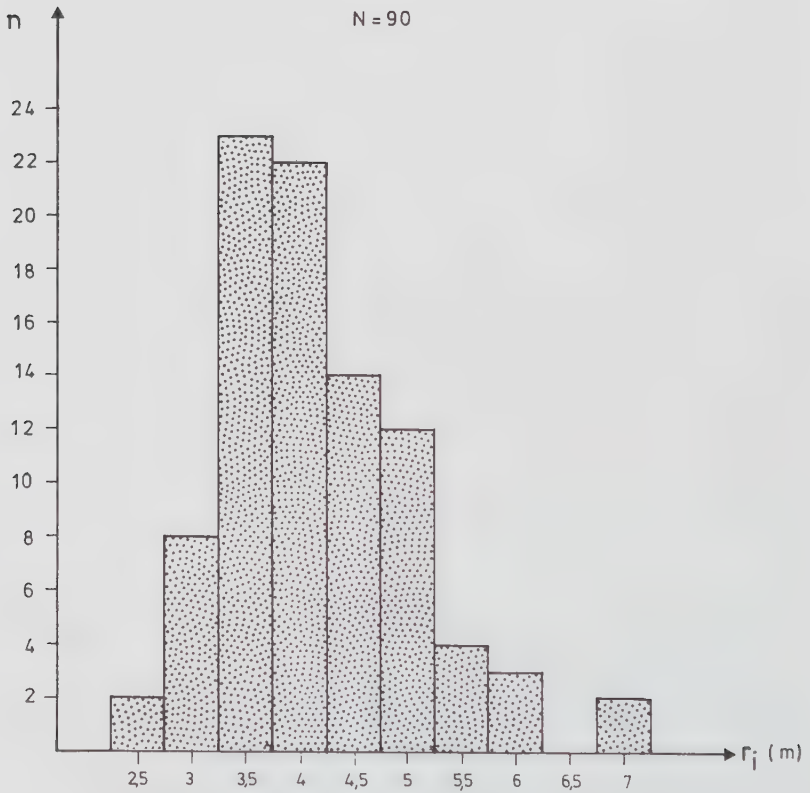
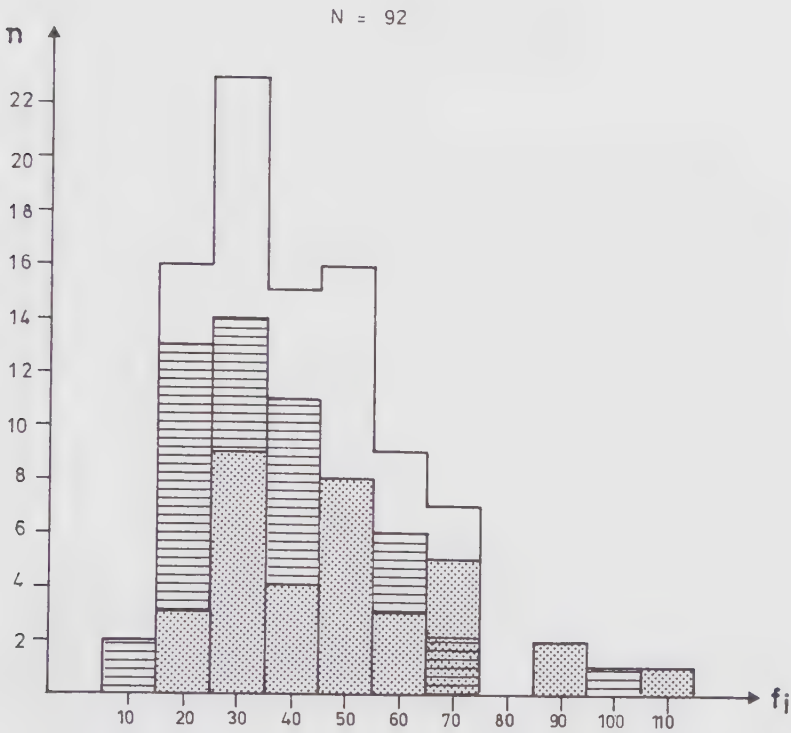


Abb. 12

Staatswald BONNDORF , Abt. 81

Häufigkeitsverteilung der Probekreisflächen getrennt nach Standortseinheiten



 mäßig trockener Urgesteinssommerhang
(N=57)

 mäßig frischer Urgesteinssommerhang

$$\begin{aligned}
 G/ha_{\text{gew}} &= \frac{g_1 \cdot f_1 + g_2 \cdot f_2 + \dots + g_i \cdot f_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i} \\
 &= \frac{\frac{g_1 \cdot 10\,000}{f_1} \cdot f_1 + \frac{g_2 \cdot 10\,000}{f_2} \cdot f_2 + \dots + \frac{g_i \cdot 10\,000}{f_i} \cdot f_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i} \\
 &= \frac{g_1 + g_2 + \dots + g_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i} \cdot 10\,000
 \end{aligned}$$

Dabei ist g_i = Summe der Grundflächen innerhalb f_i .

Es wird also die Summe der gemessenen Grundflächen auf die Summe der gemessenen Probekreisflächen bezogen. Auch TROMMER und CHEN weisen auf die Wiegung hin. KAPUCU berechnete das gewogene Mittel für ungleichaltrige Naturmischbestände der Türkei. Er kam zu dem Ergebnis, daß als Voraussetzung für eine Anwendung des gewogenen Mittels

- a) die Beziehung zwischen Bezugsfläche und Summe der Grundflächen ausreichend eng sein muß,
- b) die Stichprobenflächen die Bestandesverhältnisse repräsentativ erfassen müssen.

Aus der Theorie normalverteilter Probekreisflächen ergibt sich für das gewogene Mittel zwingend eine erwartungstreue Grundflächenschätzung bei völliger Bestandes-homogenität (gleiche Baumdurchmesser). Denn die Abweichungen der Probekreisflächen von den zugehörigen Standflächen werden durch Summierung der einzelnen Probekreisflächen (f_i) bei genügend großem Stichprobenumfang nahezu ausgeglichen. Ein kleines Beispiel verdeutlicht dies:

Gegeben sei ein homogener Bestand mit einer Grundfläche von $50 \text{ m}^2/\text{ha}$. Eine Stichprobe mit Umfang $N = 3$, g_i -Werten von jeweils 1 m^2 sowie Probekreisflächen von 150, 200 und 250 m^2 ergibt ein gewogenes Mittel von

$$G/ha_{\text{gew}} = \frac{3 \cdot 10\,000}{f_1 + f_2 + f_3} = \frac{30\,000}{600} = 50 \text{ m}^2/\text{ha}.$$

Die hektarbezogenen Einzelwerte (g_i/ha) nehmen in einem solchen Fall mit größer werdenden Probekreisflächen ab. Überprüft man diese Überlegung an den Werten der Vfl. 12^I Stufen, indem man G/ha_{gew} der 15 flächengrößten Probekreise ($43,35 \text{ m}^2/\text{ha}$) errechnet und mit dem Ergebnis der gesamten Stichprobe ($60,57 \text{ m}^2/\text{ha}$) vergleicht, dann ergibt sich eine erhebliche Abweichung von $-24,6\%$. Dadurch wird die regelmäßige Struktur dieses Bestandes bestätigt, zumal keine Blößen und Lücken vorhanden sind. Bei Vorliegen einer proportionalen Beziehung zwischen f_i und g_i erbringt die Wiegung ebenfalls eine erwartungstreue Schätzung. Ein zweites Beispiel macht diesen Zusammenhang verständlich:

Gegeben sei ein Bestand, welcher sich aus zwei flächengleichen homogenen Teilflächen mit unterschiedlichen Baumdurchmessern zusammensetzt. In jeder Teilfläche werden drei Messungen durchgeführt.

Teilfläche 1: $G/\text{ha} = 50 \text{ m}^2$; $g_i = 1 \text{ m}^2$
 $f_1 = 150$, $f_2 = 200$, $f_3 = 250 \text{ m}^2$

Teilfläche 2: $G/\text{ha} = 50 \text{ m}^2$; $g_i = 2 \text{ m}^2$
 $f_1 = 300$, $f_2 = 400$, $f_3 = 500 \text{ m}^2$

Das gewogene Mittel ergibt:

$$G/\text{ha}_{\text{gew}} = \frac{(3 \cdot 1 + 3 \cdot 2) \cdot 10\,000}{600 + 1\,200} = 50 \text{ m}^2/\text{ha}$$

Ist jedoch die Beziehung zwischen f_i und g_i nicht proportional, dann ist ein systematischer Fehler der Grundflächenschätzung zu erwarten. Anhand einer Abänderung des vorigen Beispiels wird dieser Sachverhalt deutlich:

Teilfläche 1: $G/\text{ha} = 50 \text{ m}^2$; $g_i = 1 \text{ m}^2$;
 $f_1 = 150$, $f_2 = 200$, $f_3 = 250 \text{ m}^2$

Teilfläche 2: $G/\text{ha} = 40 \text{ m}^2$; $g_i = 2 \text{ m}^2$;
 $f_1 = 450$, $f_2 = 500$, $f_3 = 550 \text{ m}^2$;

Das gewogene Mittel ergibt:

$$G/ha = \frac{(3 \cdot 1 + 3 \cdot 2) \cdot 10\,000}{600 + 1\,500} = 42,86 \text{ m}^2/ha$$

Der exakte Wert wäre jedoch $45 \text{ m}^2/ha$. Offensichtlich haben g_i/ha - Werte mit überdurchschnittlich großen Probestreusflächen ein entsprechend stärkeres Gewicht.

Das arithmetische Mittel der für jede Teilfläche ermittelten gewogenen Grundflächenwerte oder eine der jeweiligen durchschnittlichen Probestreusfläche entsprechende Aufnahmeintensität führen hier zum richtigen Ergebnis (KAPUCU).

Obige Beispiele zeigen, daß das gewogene Mittel nur bei Vorliegen eines Dichtegrades eine erwartungstreue Grundflächenschätzung liefert. In der Natur setzen sich jedoch die Bestände aufgrund endogen und exogen bedingter Differenzierung aus einer Vielzahl von Dichtegraden zusammen, die normalerweise zu einem systematischen Fehler führen. Nur im Sonderfall einer proportionalen Beziehung zwischen f_i und g_i ist die Schätzung ebenfalls erwartungstreu.

Dieses Ergebnis kann auch aus der Theorie der Wahrscheinlichkeitspolygone abgeleitet werden:

In Abschnitt 2 wurde ausgeführt, daß Bereiche größerer Baumabstände aufgrund größerer Polygone bereits mit entsprechend höherer Wahrscheinlichkeit bei einer Stichprobe berücksichtigt werden. Eine zusätzliche Wiegung erübrigt sich also.

Untersucht man homogene Altersklassenbestände auf die Beziehung zwischen f_i und g_i , dann ergibt sich ein linearer Zusammenhang. In den Abbildungen 13 - 17 sind die fächerförmig auseinanderlaufenden Punktescharen und die Ausgleichsgeraden von 5 Fichtenbeständen des Forstbezirks Bonndorf dargestellt. Alle Bestände sind nach Standorteinheiten der Standortskarte stratifiziert.

Den Abbildungen ist zu entnehmen, daß die Ausgleichsgeraden mit zunehmendem Bestandesalter bzw. abnehmender

Abb. 13

Staatswald BONNDORF, Abt. 97 Altersklasse V
Standortseinheit: frischer Urgesteinsboden

Korrelation $f_i = f(g_i)$

N = 35

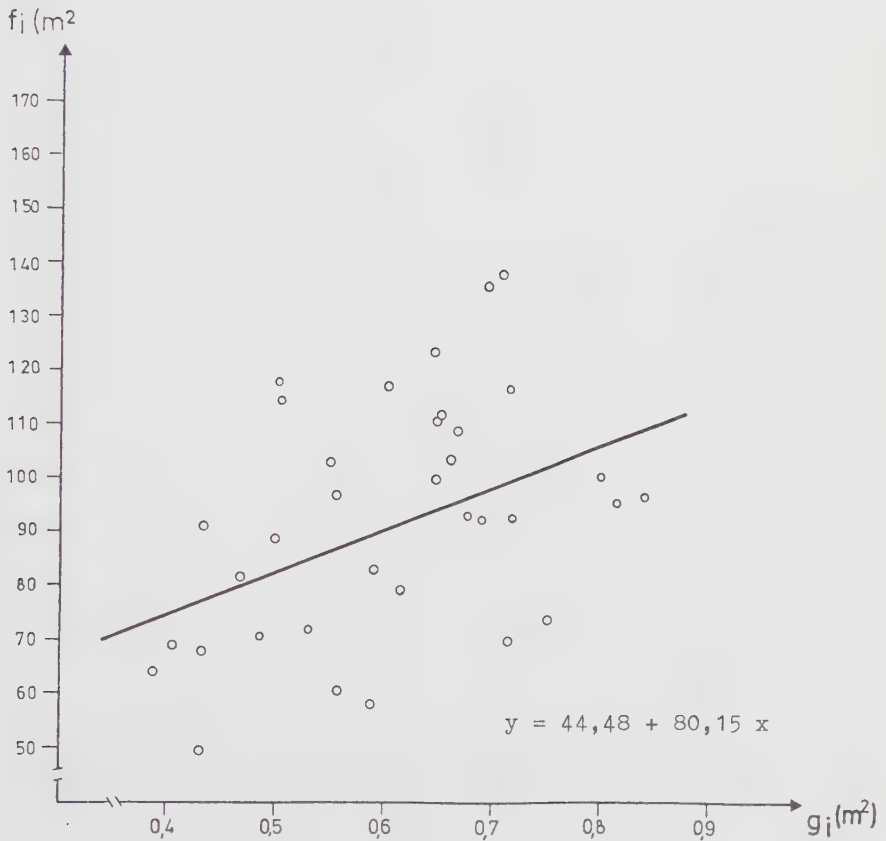


Abb. 14

Staatswald BONNDORF, Abt. 104 Altersklasse V
Standortseinheit: schlecht wasserzügige Misse

Korrelation $f_i = f(g_i)$

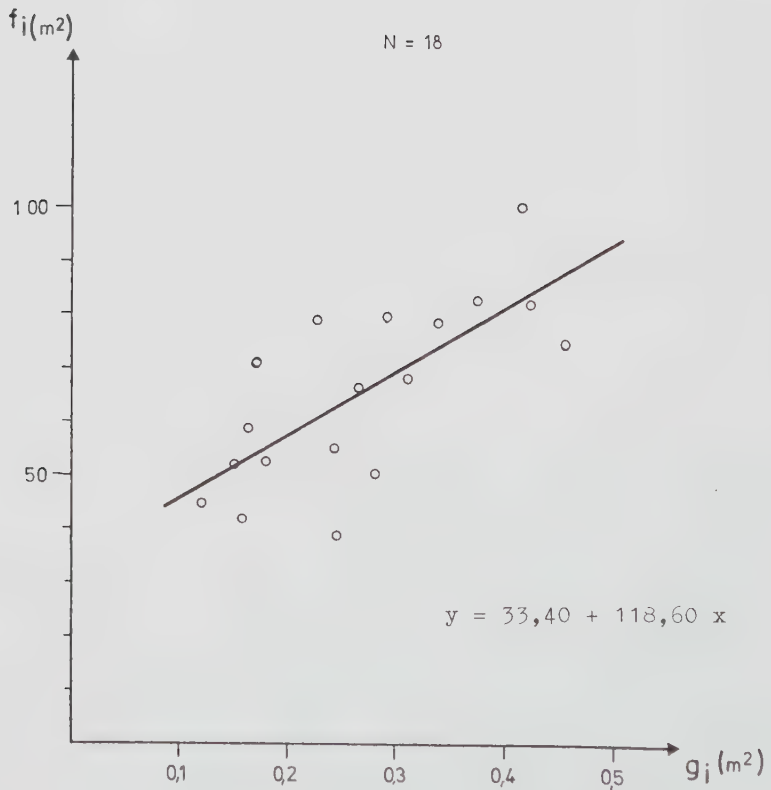


Abb. 15

Gemeindewald BONNDORF, Abt. 15 Altersklasse III
Standortseinheiten: blockreicher Sand
sandiger Lehm

Korrelation $f_j = f(g_j)$

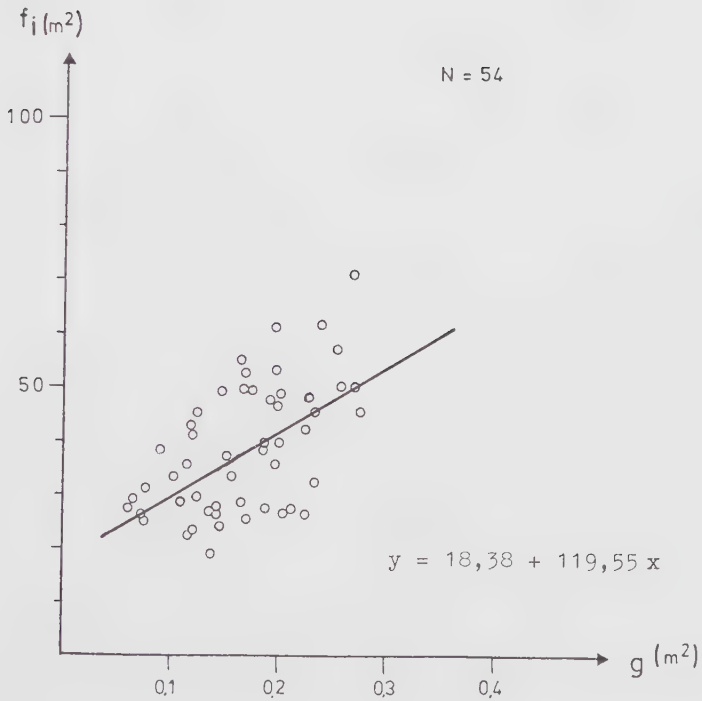


Abb. 16

Staatswald BONNDORF, Abt. 81 Altersklasse IV
Standortseinheit: mäßig trockener Urgesteins-
Sommerhang

Korrelation $f_i = f(g_i)$

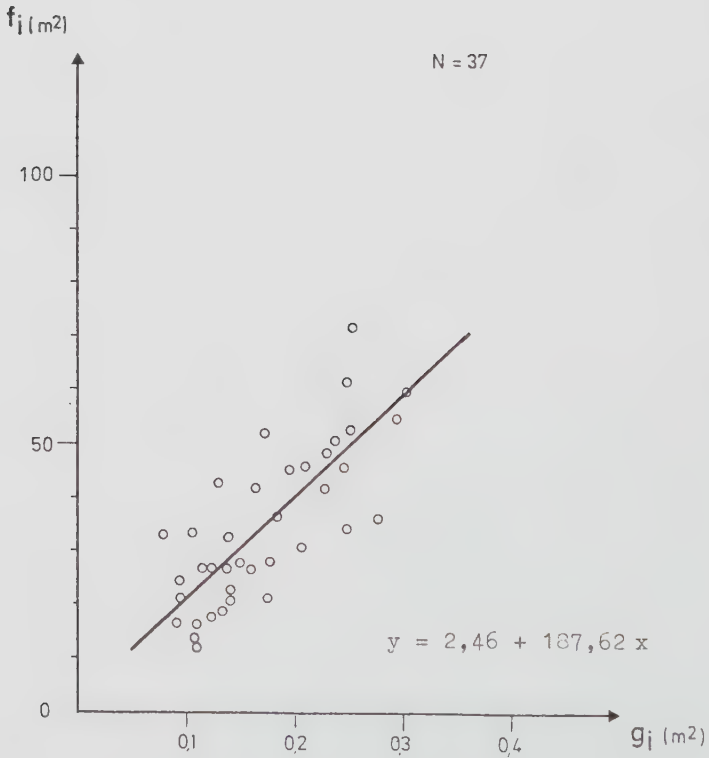


Abb.17

Staatswald BONNDORF, Abt. 42, Altersklasse III
Standortseinheit: frischer Urgesteinsboden

Korrelation $f_i = f(g_i)$

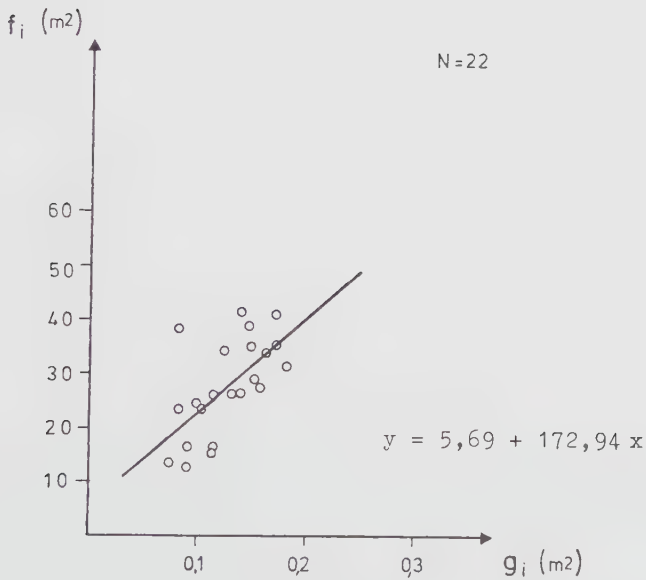
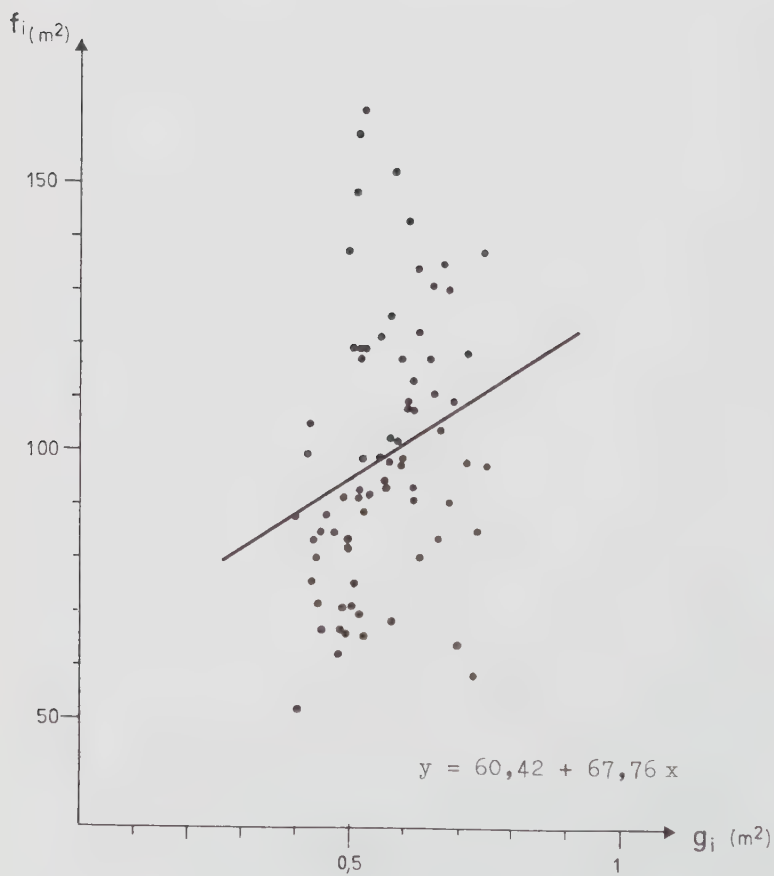


Abb. 18

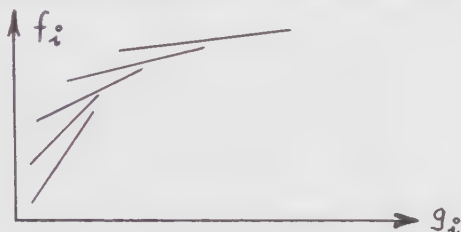
Vfl. 12^I Staufen

Korrelation $f_i = f(g_i)$

N=76



Stammzahl/ha (s.Übersicht 16) eine Drehung im Uhrzeigersinn vollziehen und sich einer Parallelen zur Abszisse annähern. Schematisch dargestellt, ergibt sich etwa folgendes Bild:

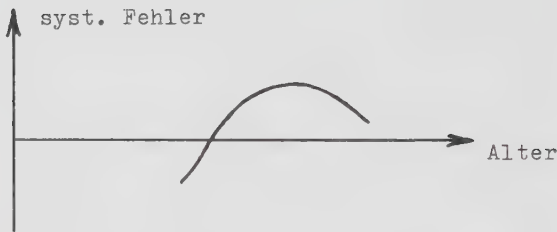


Aus der Lage der einzelnen Geraden kann die Tendenz des systematischen Fehlers abgelesen werden:

- Wird der Quotient g/f mit zunehmendem g kleiner, ist der systematische Fehler negativ. Dieser Fall tritt dann ein, wenn die Konstante der Geradengleichung negativ ist. Auf die untersuchten Bestände trifft dies nicht zu. Es kann jedoch angenommen werden, daß sehr junge Bestände entsprechende Ausgleichsgeraden aufweisen.
- Wird der Quotient g/f mit zunehmendem g größer, ist der Fehler positiv (ältere Bestände). Die Konstante der Geradengleichung ist ebenfalls positiv.
- Bleibt der Quotient g/f konstant, ist die Schätzung von G/ha erwartungstreu. Dieser Sonderfall einer proportionalen Beziehung zwischen g und f , der einen Übergang von a) zu b) bildet, besteht dann, wenn die Ausgleichsgerade durch den Koordinatenursprung hindurchgeht. Hierzu können in etwa die noch relativ jungen Bestände der Abteilungen 42 und 81 gerechnet werden.

Für einzelne Dichtegrade ($= g_1$ - Werte) eines Bestandes ergibt die Anwendung des gewogenen Mittels bei genügend großem Stichprobenumfang eine erwartungstreue Schätzung der Grundfläche, da die Probekreisflächen normal verteilt sind. Aus vorstehenden Überlegungen ist zu ersehen, daß die obigen Rechenbeispiele durchaus auf wirkliche Verhältnisse übertragen werden können.

In Übersicht 11b sind die Abweichungen der gewogenen Mittel vom jeweils berechneten "wahren Wert" angegeben, die alle unter 3% liegen. Nach der Theorie und diesen Ergebnissen weist der systematische Fehler folgende Beziehung zum Alter eines Bestandes auf:



Bei den Abteilungen 42 und 81 ist die Abweichung des gewogenen Mittels trotz des positiven Vorzeichens der Konstanten in der Geradengleichung negativ. Dies dürfte im ersten Fall überwiegend auf die unzureichende Normalverteilung der relativ wenigen Beobachtungswerte, im zweiten Fall auf den nicht ganz einheitlichen Bestandesschlußgrad (Schneedruck!) zurückzuführen sein.

Von wesentlicher Bedeutung für die Praxis ist die Feststellung, daß der systematische Fehler bei Altbeständen sehr gering ausfällt und daher vernachlässigt werden kann. Die Vfl. Staußen bestätigt diesen Zusammenhang:

Abb.18 gibt die Korrelation $f_i = f(g_i)$ wieder. Die Beziehung ist sehr lose; der Korrelationskoeffizient beträgt 0,247, das Bestimmtheitsmaß 0,061. - Als gewogenes Grundflächenmittel ergibt sich $57,47 \text{ m}^2/\text{ha}$. Dieser Wert weicht vom "wahren Wert" ($58,08 \text{ m}^2/\text{ha}$), dem die berechneten Standflächen zugrunde liegen, um $-1,05\%$ ab.

Zur Abschätzung der Größenordnung des systematischen Fehlers ist die Differenz zwischen den Summen der Probekreis- und Standflächen (Übersicht 2) zu berücksichtigen. Durch rechnerische Bereinigung vermindert sich der "wahre Wert" auf $57,25 \text{ m}^2/\text{ha}$. Der systematische Fehler beträgt danach $+ 0,38\%$. Zieht man ferner in Betracht, daß die Grundfläche der unterrepräsentierten Randzone etwas unter dem "wahren Wert" liegt, dann ist dieser Fehler noch geringer.

Für homogene Altersklassenbestände gilt damit die Schlußfolgerung, daß mit einem losen statistischen Zusammenhang zwischen f_i und g_i ein vernachlässigbarer systematischer Fehler verbunden ist.

4.2 Rechnerische Beseitigung des systematischen Fehlers beim gewogenen Mittel

Da das gewogene Mittel für einzelne Dichtegrade erwartungstreue Schätzwerte für G/ha liefert, liegt es nahe, die gewogenen Grundflächenmittel g_k/ha_{gew} für einzelne Dichtegrade oder bei normalen Stichprobenumfang für verschiedene Dichtestufen (= mehrere zusammengefaßte Dichtegrade) zu berechnen. In einem weiteren Schritt werden dann die g_k/ha_{gew} -Werte unter Berücksichtigung des jeweiligen Stichprobenumfangs arithmetisch gemittelt. Auf diese Weise läßt sich der systematische Fehler von G/ha_{gew} weitgehend eliminieren.

Als Beispiel wird Abt.104 des Forstbezirks Bonndorf angeführt (vgl. Abb.14):

Dichte- stufe	g_i -Bereich (m^2)	Zahl der Pro- bekreise je Dichtestufe(n_k)	g_k/ha_{gew} (m^2)
1	0,05 - 0,15	1	27,42
2	0,15 - 0,25	8	34,47
3	0,25 - 0,35	5	43,70
4	0,35 - 0,45	3	46,09
5	0,45 - 0,55	<u>1</u>	<u>61,32</u>
N = 18			$G_D/ha_{gew} = 40,07$

Laut Übersicht 11b beträgt der berechnete "wahre Wert" der Bestandesgrundfläche $40,17 m^2/ha$. Mit diesem Wert stimmt das bereinigte Grundflächenmittel G_D/ha_{gew} fast überein.

4.3 Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel wird aus den auf den Hektar bezogenen Einzelgrundflächenwerten (g_i/ha) nach der Formel

$$G/\text{ha}_{\text{ar}} = \frac{1}{N} \cdot \sum g_i/\text{ha}$$

berechnet (N = Anzahl der Aufnahmeeinheiten).

Der Anwendung des arithmetischen Mittels geht die Überlegung voraus, daß jeder Einzelwert eine gleichgroße Bestandesteilfläche repräsentiert, die sich aus dem Quotienten F/N ergibt. Dabei ist F die Fläche des Kollektivs, N die Anzahl der Aufnahmeeinheiten.

Jeder Einzelwert geht also bei der Ermittlung der hektarbezogenen Grundfläche im Gegensatz zum gewogenen Mittel mit gleichem Gewicht in die Berechnung ein.

Eine Übereinstimmung des arithmetischen Mittels mit der Theorie der Wahrscheinlichkeitspolygone ist damit in Bezug auf die rechnerische Behandlung von g_i/ha -Werten verschiedener Dichtegrade gegeben.

Nach KO et al. und TROMMER ist das arithmetische Mittel nicht erwartungstreu. Die Ursache dafür liegt in der Verwendung flächenbezogener Werte.

Geht man davon aus, daß die Probekreisflächen eines Dichtegrades normalverteilt sind, dann entspricht die Mittelung zweier Werte mit gleichem Abweichungsbetrag in positiver bzw. negativer Richtung nicht dem Zentralwert. Ein Beispiel soll dies veranschaulichen:

Gegeben seien 3 Stichprobeneinheiten mit folgenden

Daten:

$$\begin{aligned} f_1 &= 200 \text{ m}^2 \\ f_2 &= 300 \text{ m}^2 \\ f_3 &= 400 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$g_1 = \text{const.} = 0,1 \text{ m}^2$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} g_1/\text{ha} &= 50 \text{ m}^2 \\ g_2/\text{ha} &= 33,3 \text{ m}^2 \\ g_3/\text{ha} &= 25 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{und } G/\text{ha}_{\text{ar}} = \underline{36,1 \text{ m}^2}$$

Das richtige Ergebnis wäre jedoch 33,3 m². Es ergibt sich also ein positiver systematischer Fehler.

In Übersicht 5 ist das Ergebnis einer anhand der Vfl. Stufen simulierten Stichprobe aufgeführt, dem die Anwendung des arithmetischen Mittels zugrunde liegt.

Übersicht 5

Vfl. Stufen
Arithmetisches Mittel von G/ha

"wahrer Wert" = 58,08 m²/ha

N	76
G/ha _{ar}	60,57 m ²
Δ%	+ 4,28
s _g /ha	± 16,46
c _g /ha%	27,17

N	= Stichprobenumfang
G/ha _{ar}	= Bestandesgrundfläche
Δ%	= prozentuale Abweichung des arithmetischen Mittels vom "wahren Wert"
s _g /ha	= Standardabweichung der Einzelgrundflächenwerte
c _g /ha%	= Variationskoeffizient der Einzelgrundflächenwerte

4.4 Herleitung des systematischen Fehlers beim arithmetischen Mittel

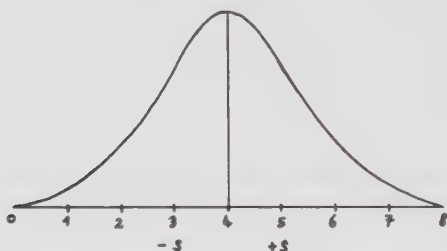
Im Folgenden wird der Versuch unternommen, den systematischen Fehler des arithmetischen Mittels rechnerisch zu beheben.

4.41 Systematischer Fehler von einzelnen Dichtegraden

Wie schon erläutert wurde, kann davon ausgegangen werden, daß die f_i- Werte eines Dichtegrades eine Normalverteilung aufweisen. In diesem Fall ist es möglich, anhand des Modells einer Normalkurve den Fehler für verschiedene Streuungsvarianten zu berechnen, der durch die arithmeti-

sche Mittelbildung der reziproken Probekreisflächen entsteht.

Zur rechnerischen Vereinfachung wird unterstellt, daß sich die Werteskala der Probekreise von 0 bis 8 erstreckt und der Scheitelpunkt bei 4 liegt.



Deckt die Normalkurve den gesamten Wertebereich von f_1 - wie in der Skizze dargestellt - ab, betragen die Streuung $s_f = \pm 1$ und der Variationskoeffizient $c_f = 25\%$. Werden nun die reziproken Probekreisflächen mit den tabellarisierten Häufigkeitswerten y_k der Normalkurve (PRODAN) gewogen, dann ergibt sich folgende Ungleichung:

$$\frac{\sum(\frac{1}{f_i} \cdot y_k)}{\sum y_k} = \frac{1}{f_i} \neq 0,25$$

$\frac{1}{f_i}$ ist dabei das arithmetische Mittel der reziproken Probekreisflächen, 0,25 der reziproke Zentralwert von f_i .

Der Fehler des arithmetischen Mittels ist dann:

$$\Delta\% = \frac{(\frac{1}{f_i} - 0,25) \cdot 100}{0,25}$$

In Übersicht 6 ist die Berechnung von $\Delta\%$ für den Variationskoeffizienten $c_f = 25\%$ durchgeführt. Danach ergibt sich für verschiedene Sicherheitsfaktoren t :

bis zu den Grenzen	$\pm 1s$	ein Fehler von	+ 1,89%	($t = 1$)
" " "	"	$\pm 2s$	" " "	+ 5,49% ($t = 2$)
" " "	"	$\pm 3s$	" " "	+ 7,55% ($t = 3$)

Übersicht 6

Berechnung des systematischen Fehlers $\Delta\%$ beim arithmetischen Grundflächenmittel für den Variationskoeffizienten $c_f = 25\%$ der Probekreisflächen f_i

Hypothese: Normalverteilung von f_i mit der Werteskala 0 - 8

$$g_i = \text{const.} = 1$$

$$\bar{f} = 4$$

$$s_f = \pm 1$$

Das arithmetische Mittel der Reziprokwerte $\frac{1}{f_i}$ läßt sich damit aus den Reziprokwerten der tabellarisierten Häufigkeitswerte y_k der Normalkurve berechnen.

Berechnung von $\Delta\%$ mit dem Sicherheitsfaktor $t = 1$:

f_i	y_k	$\frac{1}{f_i} \cdot y_k$
4,0	1994,5	498,63
4,1	3970	968,29
4,2	3910	930,95
4,3	3814	886,98
4,4	3683	837,05
4,5	3521	782,44
4,6	3332	724,35
4,7	3123	664,47
4,8	2897	603,54
4,9	2661	543,06
5,0	1210	242,00
34115,5		7681,75

f_i	y_k	$\frac{1}{f_i} \cdot y_k$
4,0	1994,5	498,63
3,9	3970	1017,95
3,8	3910	1028,95
3,7	3814	1030,81
3,6	3683	1023,06
3,5	3521	1006,00
3,4	3332	980,00
3,3	3123	946,36
3,2	2897	905,31
3,1	2661	858,39
3,0	1210	403,33
34115,5		9698,79

Daraus ergibt sich: $\sum y_k = 68\ 231$

$$\sum \left(\frac{1}{f_i} \cdot y_k \right) = 17\ 380,54$$

$$\text{und } \frac{1}{\bar{f}_i} = \frac{\sum \left(\frac{1}{f_i} \cdot y_k \right)}{\sum y_k} = \frac{17\ 380,54}{68\ 231} = 0,2547308$$

$$\text{Folglich ist } \Delta\% = \frac{\left(\frac{1}{\bar{f}_i} - \frac{1}{\bar{f}} \right) \cdot 100}{\frac{1}{\bar{f}}} = \frac{(0,2547308 - 0,25) \cdot 100}{0,25} = 1,89232$$

Dieselbe Art der Berechnung wurde auch für andere Werte des Variationskoeffizienten $c_f\%$ durchgeführt:

	s (t = 1)	2s (t = 2)	3s (t = 3)
$c_f = 12,5\%$	0,46	1,24	1,59
$c_f = 18,75\%$	1,05	2,91	3,81
$c_f = 32,5\%$	3,02	9,36	14,78

In Abb.19 sind aus den berechneten Abweichungen parabolische Kurven zusammengestellt worden, die es ermöglichen, für beliebige Variationskoeffizienten der Probekreisflächen den systematischen Fehler des arithmetischen Mittels zu bestimmen.

4.42 Systematischer Fehler einer Summe von Dichtegraden

4.421 Ableitung des systematischen Fehlers über die Abweichungen der Probekreisflächen von der Summe der zugehörigen Standflächen

Wenn die Standflächen von Einzelbäumen, die bei einer SEBASt erfaßt werden, hinreichend genau bekannt sind, ist es möglich, den systematischen Fehler des arithmetischen Mittels von G/ha zu bestimmen. Zu diesem Zweck muß die Summe der Quadrate der Abweichungen der Probekreis- von den zugehörigen Standflächen ermittelt werden. Dieses Verfahren soll anhand der berechneten Standflächen von Vfl. Stufen gezeigt werden:

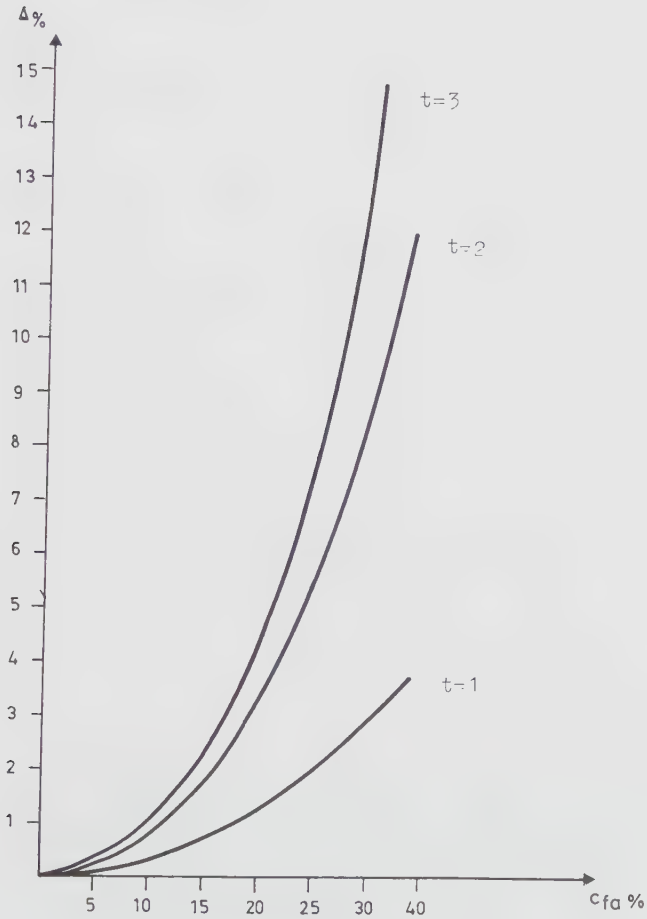
Für die simulierte Stichprobennahme mit einem Umfang von $N = 76$ gilt:

$$\begin{aligned}
 S_Q &= 23\,313 \\
 s &= \pm 17,63 \\
 \underline{c_{(f-St)}} &= 18,08\%
 \end{aligned}$$

Dabei ist $c_{(f-St)}$ der Variationskoeffizient der Abweichungen der Probekreisflächen von den zugehörigen Standflächen.

Abb. 19

Beziehung zwischen dem systematischen Fehler $\Delta\%$ des arithmetischen Mittels und dem Variationskoeffizienten $c_{fa}\%$



Der Variationskoeffizient c_f der Probekreisflächen wird damit von 25,41% auf 18,08% reduziert. Für diesen Wert kann man aus Abb.19 unter Verwendung der mittleren Kurve ($t = 2$) einen systematischen Fehler des arithmetischen Mittels von + 2,5% ablesen. Die mittlere Kurve wird deswegen genommen, weil die Maximalabweichung der Probekreisflächen von den Standflächen 37% beträgt und somit der Abweichung^{2,5} entspricht.

Der tatsächliche Fehler des arithmetischen Mittels liegt jedoch wesentlich höher. - In Übersicht 5 ist Δ % mit + 4,28% angegeben.

Dabei ist allerdings noch nicht berücksichtigt, daß die Summe der Probekreisflächen um + 1,46% von der zugehörigen Standflächensumme abweicht und die etwas grundflächenärmere Randzone des Modellbestandes unterrepräsentiert ist. Eine rechnerische Bereinigung muß daher vorgenommen werden. Erst dadurch ergibt sich ein relativ exakter systematischer Fehler von + 5,2%. Im Fall der unterrepräsentierten Randzone wurde dabei die unterschiedlich häufige Erfassung der Einzelbäume durch die Stichprobennahme berücksichtigt.

Offensichtlich weisen die berechneten Standflächen zu große Abweichungen von den tatsächlichen Verhältnissen auf, um dieser Berechnungsvariante von Δ % zu genügen. Wahrscheinlich wird mit der Polygonmethode die Gruppenbildung der Bäume unzureichend erfaßt, auf welche die Ausreißer von f_i zurückzuführen sind (vgl. Abb.18).

4.422 Ableitung des systematischen Fehlers über den Variationskoeffizienten c_{fa} der Probekreisflächen um die Ausgleichsgerade der Korrelation $f_i = f(g_i)$

Auch wenn zur Ermittlung des systematischen Fehlers Δ % nicht mit Standflächen operiert werden kann, ist über

die Korrelation der Größen f_i und g_i dennoch eine Alternativberechnung möglich.

Bei dieser Berechnung wird davon ausgegangen, daß die Streuung um die Ausgleichskurve (s_a) eine Ersatzgröße für das Mittel aller dichtegradspezifischen Streuungen der Probekreisflächen darstellt.

Über den Korrelationskoeffizienten r_{fg} kann s_a berechnet werden, woraus sich der Variationskoeffizient c_{fa} herleiten läßt, mit dem die Ablesung des systematischen Fehlers aus Abb.19 möglich ist.

Die Korrelation $f_i = f(g_i)$ ergibt für die Vfl.Staufen bei $N = 76$ folgende statistische Maßzahlen:

$$r_{fg} = 0,24369$$

$$s_a = s_f \sqrt{1 - r_{fg}^2} = 24,36$$

$$c_{fa} = \underline{24,62}$$

Aus der mittleren Kurve ($t = 2$) von Abb.19 kann somit ein systematischer Fehler von $+ 5,3\%$ abgelesen werden, der mit dem tatsächlichen fast identisch ist.

Hieraus resultiert, daß für homogene Altersklassenbestände der systematische Fehler $\Delta\%$ über die Korrelation $f_i = f(g_i)$ hergeleitet werden kann.

5. Schätzung der Grundfläche in heterogenen Beständen

Die Problematik der Grundflächenschätzung in heterogenen Beständen soll im Folgenden eingehend erörtert werden, da hieraus wichtige Schlußfolgerungen für die Praxis zu ziehen sind. Grundlage der Untersuchungen ist auch hier ein Modellbestand.

5.1 Beschreibung des Modellbestandes

Als Modell wurde ein in der Rheinebene am westlichen Stadtrand von Freiburg gelegener Auewald ausgewählt, der zum Bezirk des Städt. Forstamts gehört. Es handelt sich hierbei um einen Bestand mit plenterartigen Strukturen, wie die Durchmesserverteilung in Abb.20 zeigt. Das Durchmesserspektrum reicht von 7 bis 97 cm und läßt damit die extreme Ungleichaltrigkeit erkennen. Dennoch unterscheidet sich der Bestand in einem Punkt sehr erheblich von einem Plenterwald, nämlich der Stammzahl/ha. Diese liegt mit 298/ha ziemlich niedrig, was - wie später noch gezeigt wird - für die Anwendung der SEBAST bedeutsam ist. In Abb.21 ist die Durchmesserverteilung nach Baumarten getrennt wiedergegeben. Die Grundflächenverteilung nach Brusthöhendurchmesser und Baumart ist aus Abb.22 ersichtlich.

Die Baumarten beschränken sich flächenmäßig vorwiegend auf Ahorn, Esche und Eiche; alle anderen Baumarten spielen, da sie fast nur geringe Durchmesser besitzen, eine untergeordnete Rolle. Erwähnenswert ist eine größere Zahl starker Alteichen. In Übersicht 17 sind die jeweiligen Baumartenanteile an Stammzahl und Grundfläche des Bestandes aufgeführt.

Der Schlußgrad des Bestandes ist als lückig anzusprechen. In den vorhandenen Lücken und kleineren Blößen ist häufig eine Laubholznaturverjüngung vorzufinden, welche teilweise schon ins Derbholz hineingewachsen ist.

Der Bestand ist mit einer Fläche von 2,25 ha kartographisch erfaßt. Durch Abstecken von 1 ar- Flächen im Freiland wurden die Grundlagen zur koordinatenmäßigen Erfassung der Einzelbäume geschaffen. Winkelprisma und Bandmaß waren weitere Hilfsmittel für die Bestimmung der Koordinaten.

Ermittelt man die hektarbezogenen Grundflächenwerte für jede 1 ar- Fläche und reiht diese mosaikartig aneinander, erhält man eine größere Transparenz der Bestandesstrukturen.

Abb. 20

Häufigkeitsverteilung der Brusthöhendurchmesser

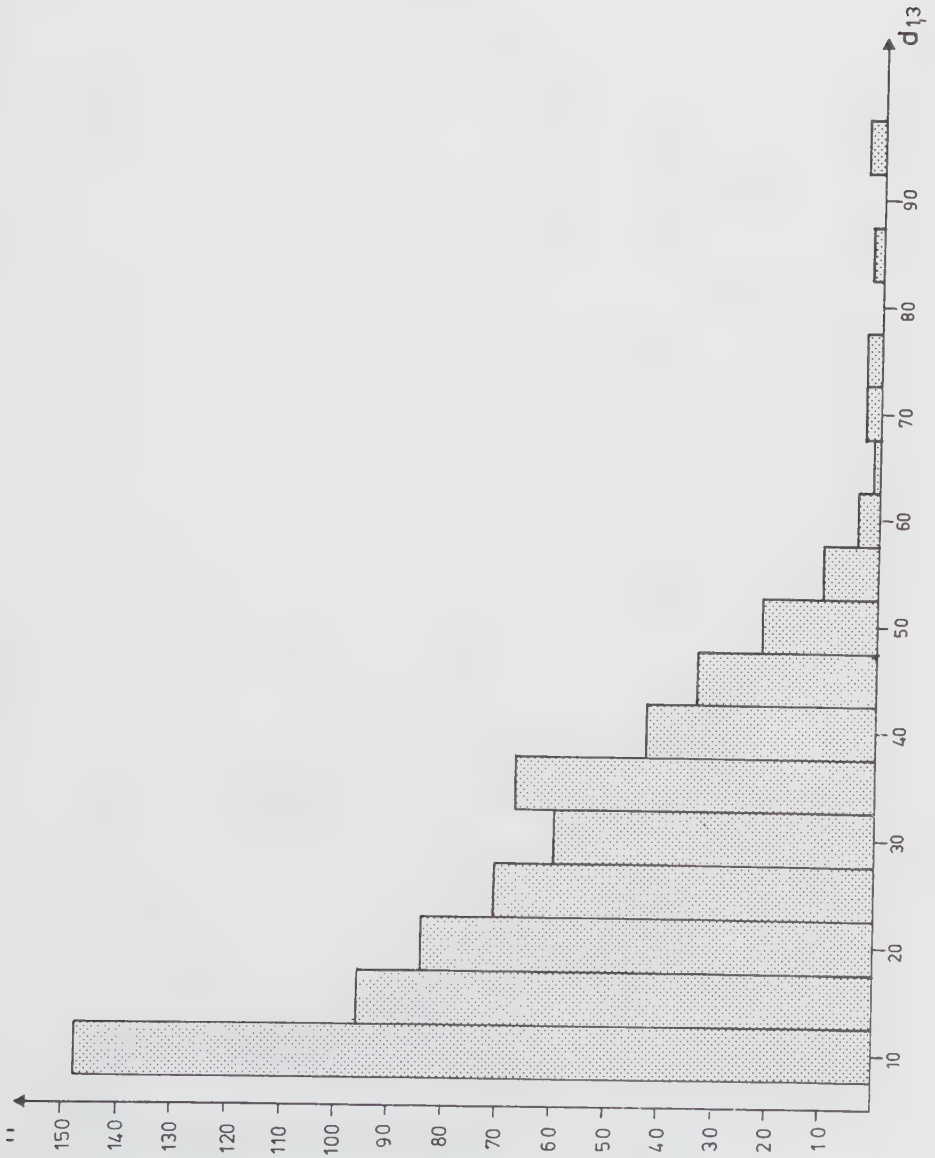


Abb. 21 - MOOSWALD -

Durchmesserverteilung nach Baumarten

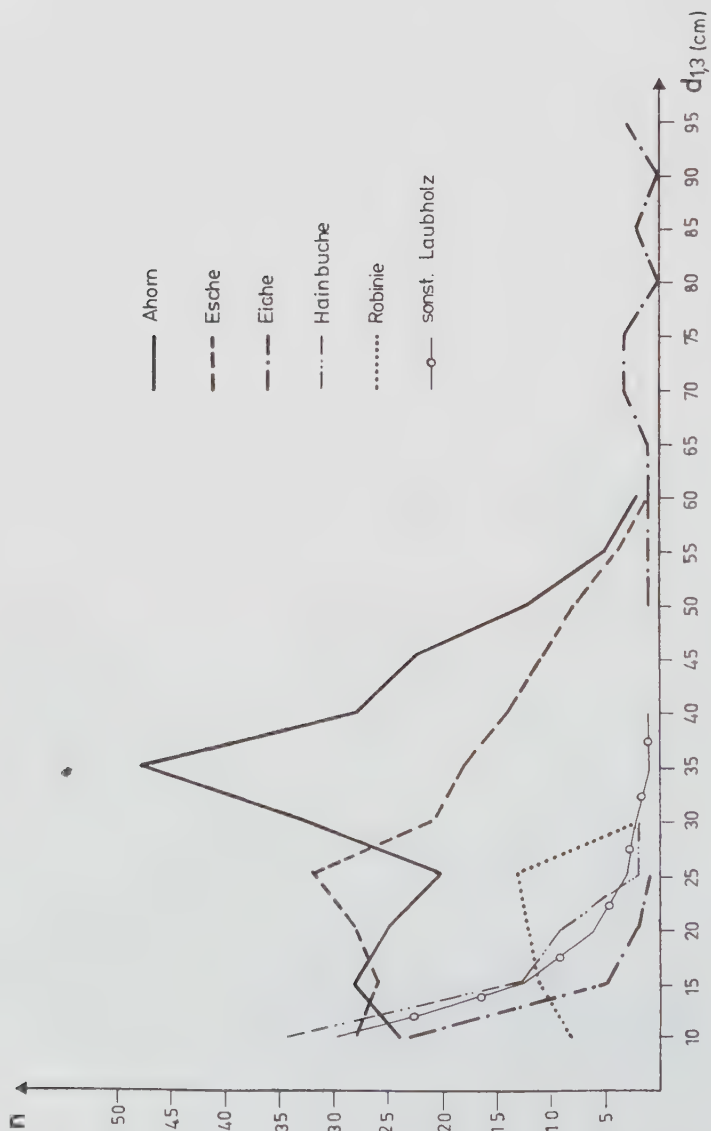
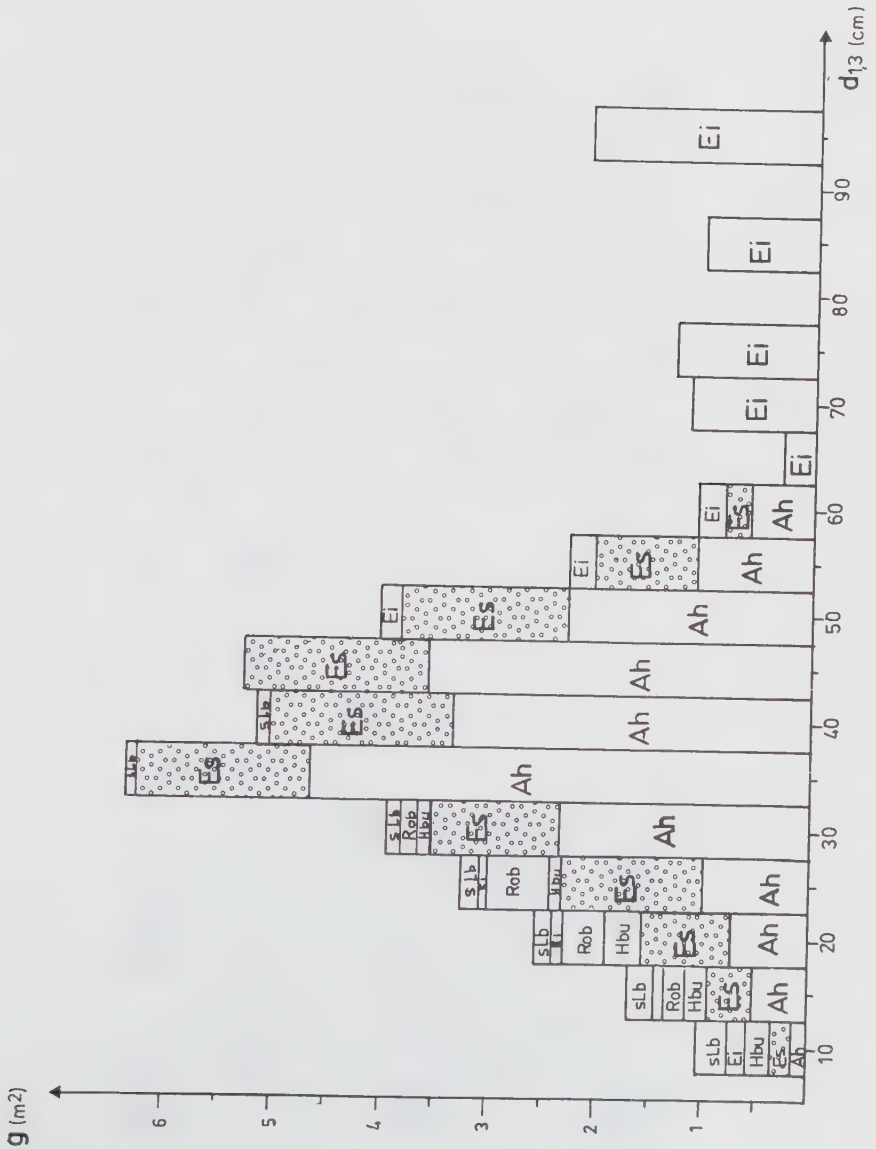


Abb. 22

- MOOSWALD -

Grundflächenverteilung nach Brusthöhendurchmesser
und Baumart



Darstellung der Grundflächenwerte von 1 ar - Flächen

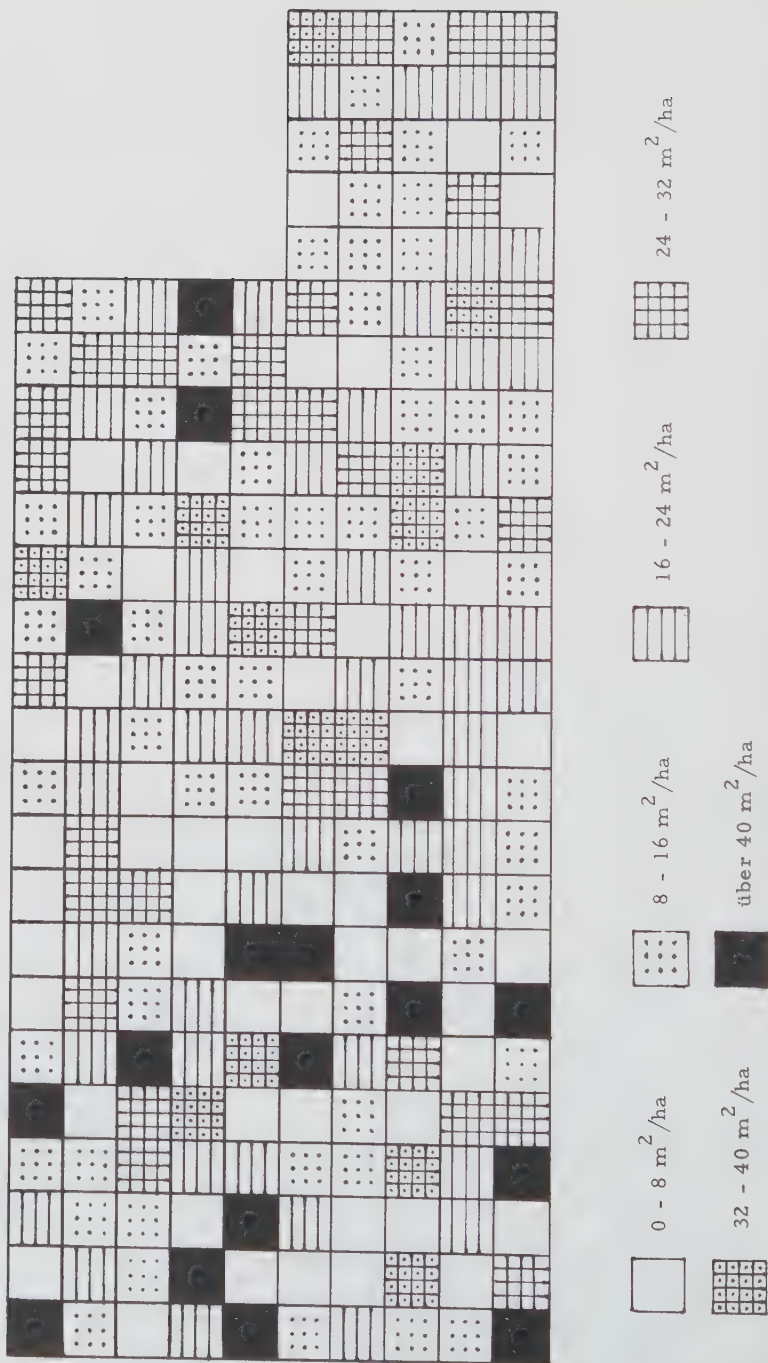
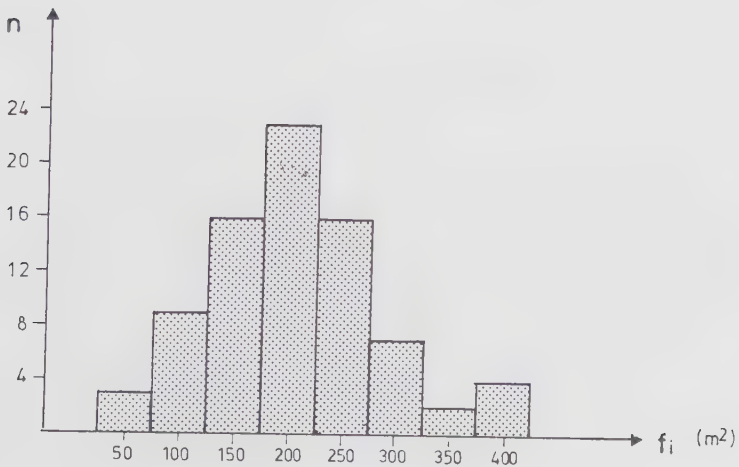
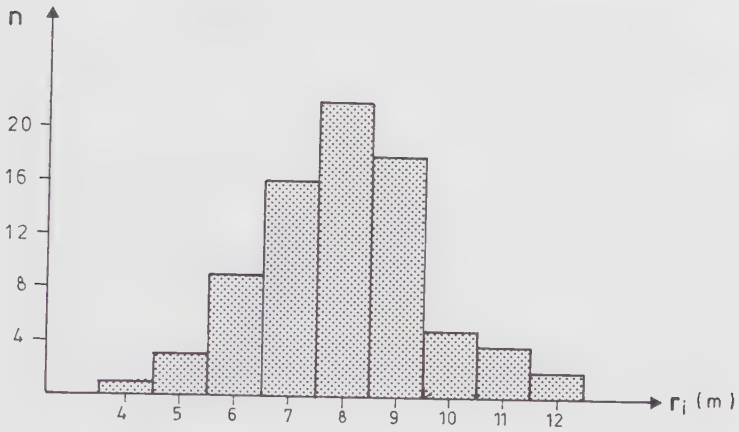


Abb. 24

- MOOSWALD -

Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien r_i
und Probekreisflächen f_i

$N = 80$



In Abb.23 sind die insgesamt 225 Grundflächenwerte, in 6 verschiedene Klassen eingeteilt, dargestellt. Die Einzelwerte erstrecken sich hierbei von 0 bis 70 m²/ha.

Der Modellbestand weist eine Grundfläche von 19,16 m²/ha auf. Dieser Wert wird bei den nachfolgenden Untersuchungen als sog. "wahrer Wert" herangezogen.

5.2 Durchführung der Sechs-Baum-Stichprobe

5.21 Anlage der Meßpunkte

Es wurden insgesamt 4 Stichproben simuliert. Die Stichprobennahme erfolgte dabei in jedem Fall systematisch anhand gitternetzartig ausgelegter Meßpunkte. In drei Stichproben beträgt der Punkteabstand 20 m bei verschobenen Rastern mit Eckpunkten von abgesteckten 1 ar- Flächen als Probekreismitte. Der vierten Stichprobe liegt ein noch engmaschigeres Raster mit fast nahtloser Aneinanderreihung der ideellen Probekreise zugrunde. Die meisten der nachfolgenden detaillierten Untersuchungen beziehen sich auf diese Stichprobe. - In Übersicht 7 ist das Flächenaufnahmeprozent jeder Stichprobe angegeben.

Übersicht 7 Aufnahmeintensität von 4 Repräsentativaufnahmen

N	Raster	Flächenaufnahmeprozent
46	20 x 20	41,26
51	20 x 20	46,62
54	20 x 20	51,68
80	15 x 15	73,55

5.22 Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien und Probeflächen

In Abb.24 ist die Häufigkeitsverteilung der Probekreisradien r_i und der Probekreisflächen f_i der 80 Aufnahmeeinheiten umfassenden Stichprobe dargestellt. Danach ergibt sich eine äußere Übereinstimmung mit den Verteilungskurven homogener Altersklassenbestände: Die Radien r_i zeigen eine positive Asymmetrie, die Flächen f_i eine Normalverteilung. Grundsätzlich bestehen jedoch wesentliche Unterschiede: Während homogene Altersklassenbestände stets ähnliche Verteilungsformen aufweisen, können diese in homogenen Beständen je nach Ursache und Grad der Inhomogenität sehr stark variieren. Die Regelmäßigkeit der Verteilung von f_i des Mooswald-Bestandes ist daher zufällig. Ausschlaggebend für den Verlauf der Kurve ist das Gewicht der zahlenmäßig überlegenen geringen Stammdurchmesser, ferner die Zahl und Größe der Lücken und Blößen.

Das große Spektrum an Dichtegraden hat einen hohen Variationskoeffizienten von f_i zur Folge. Dieser beträgt 39,50% gegenüber 25,41% bei der Vfl. Staufen. Aufgrund der geringen Stammzahl/ha sind die Probekreise relativ groß. Die mittlere Probekreisfläche beträgt $206,86 \text{ m}^2$, der mittlere Probekreisradius 8,11 m.

5.3 Schätzung der Grundfläche

5.31 Gewogenes Mittel

Berechnet man aus den oben erwähnten 4 Stichproben die Bestandesgrundfläche, dann erhält man die in Übersicht 8 aufgeführten Daten. - Werden alle 231 Stichprobeneinheiten zusammengefaßt, so beträgt $G/\text{ha}_{\text{gew}} = 19,00 \text{ m}^2/\text{ha}$, liegt also nur wenig unter dem wahren Wert.

Übersicht 8

Schätzwerte von G/ha_{gew}
(4 Stichproben)

N	G/ha_{gew} (m^2)	prozentuale Abweichung vom wahren Wert
80	18,46	- 3,65
54	19,78	+ 3,24
51	18,21	- 4,96
46	19,70	+ 2,82
231	19,00	- 0,84

In Abschnitt 4.1 wurde für homogene Altersklassenbestände gezeigt, daß der systematische Fehler des gewonnenen Mittels von der Lage der Ausgleichsgeraden bzw. der Änderung der g_i/ha - Werte mit zunehmendem g beeinflußt wird. Durch Bildung von Dichtestufen (k) und Berechnung von g_k/ha_{gew} je Dichtestufe ist es möglich, den systematischen Fehler zu eliminieren. - Verfährt man in gleicher Weise beim Mooswald- Bestand (Stichprobe $N = 80$), dann lassen sich folgende g_k/ha_{gew} - Werte für 11 Dichtestufen berechnen:

Dichte- stufe	g_i -Bereich (m^2)	Zahl der Probe- kreise je Dich- testufe (n_k)	g_k/ha_{gew} (m^2)
1	0,00 - 0,05	1	2,54
2	0,05 - 0,15	6	7,66
3	0,15 - 0,25	15	14,23
4	0,25 - 0,35	19	15,41
5	0,35 - 0,45	12	17,31
6	0,45 - 0,55	12	20,34
7	0,55 - 0,65	8	21,92
8	0,65 - 0,75	2	31,35
9	0,75 - 0,85	2	33,67
10	0,85 - 0,95	2	30,27
11	0,95 - 1,05	1	26,07

$$N = 80 \quad G_D/ha_{\text{gew}} = 17,48$$

Die Variablen f_i und g_i sind in Abb.25 korreliert; das Bestimmtheitsmaß beträgt 0,31, der Korrelationskoeffizient 0,55.

Offensichtlich steigen die g_k/ha_{gew} - Werte mit zunehmendem g stark an. Demnach wäre analog zu homogenen Beständen bei G/ha_{gew} ein positiver systematischer Fehler zu erwarten. Wie aus Übersicht 8 zu entnehmen ist, beläuft sich jedoch G/ha_{gew} nur auf $18,46 m^2/ha$ und liegt um 3,65% unter dem wahren Wert.

Die Ursache dieser scheinbaren Widersprüchlichkeit liegt am Vorhandensein zahlreicher großflächiger Probekreise, die durch ihr Gewicht maßgeblich die Schätzung von G/ha_{gew} beeinflussen. Die Flächen dieser Probekreise lassen sich jeweils nicht aus der "normalen" Abweichung von den zugehörigen Standflächen erklären (vgl. Abschnitt 5.32). Da es sich überwiegend um Probekreise verlichteter Bestandesparten handelt, ist der systematische Fehler negativ.

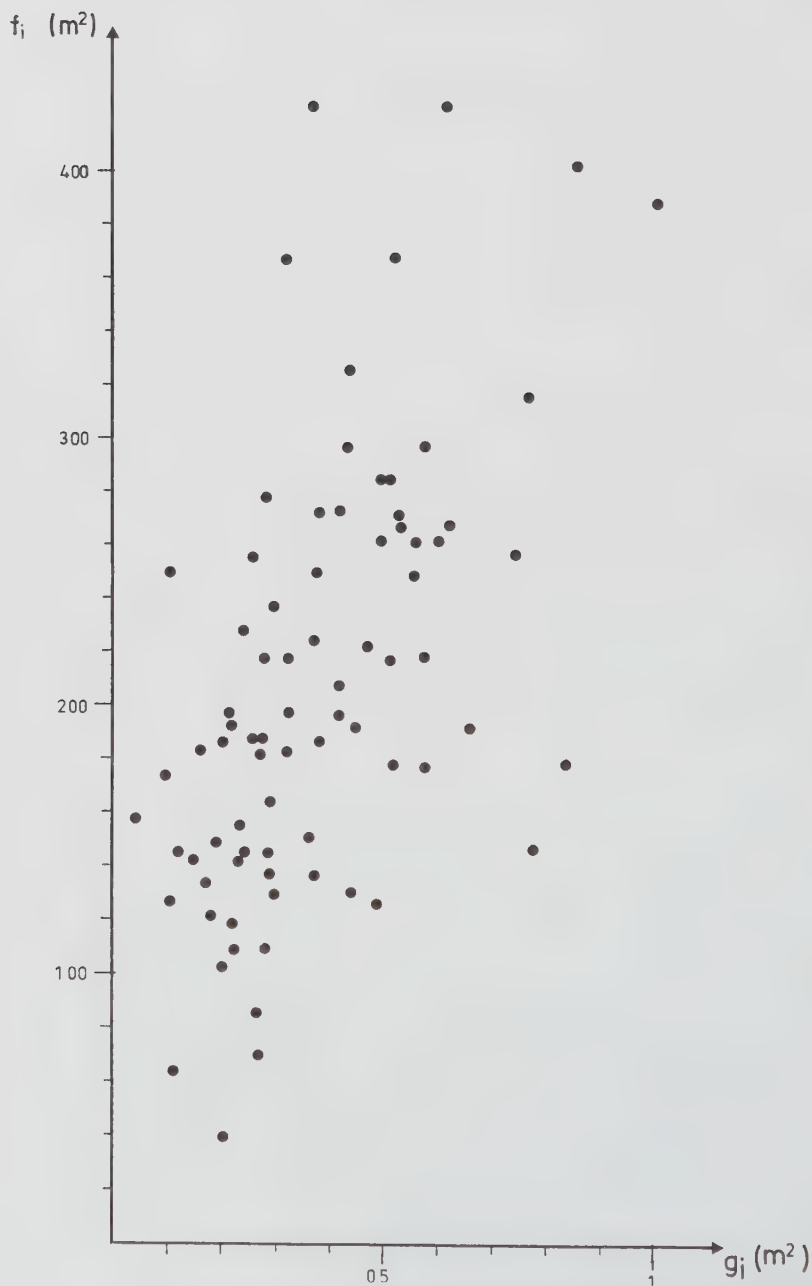
Berechnet man z.B. G/ha_{gew} der 15 größten Probekreise, dann ergibt sich ein Wert von $16,28 m^2/ha$. Dadurch wird verständlich, daß das arithmetische Mittel der gewogenen Grundflächen je Dichtestufe (G_D/ha_{gew}) um -8,8% vom wahren Wert abweicht.

Der in Abschnitt 4.1 beschriebene systematische Fehler wird somit durch einen weiteren - in diesem Fall gegenläufigen - überlagert, der je nach Beschaffenheit der Bestandesstruktur sehr variabel ist. Von entscheidender Bedeutung sind verlichtete Bestandesteile, die u.U. ziemlich hohe, nicht vernachlässigbare Fehler verursachen können (KAPUCU). Die Höhe des Fehlers ist vom Anteil sowie der Relation $f_1/\bar{f}$ großflächiger Probekreise abhängig.- Im Mooswald-Bestand ist $\bar{f}$ aufgrund der geringen Stammzahl/ha ziemlich groß ($206,86 m^2$), sodaß die vorhandenen Blößen gemäßigt zur Auswirkung kommen. Die relativ günstigen Werte von Übersicht 8 sind auf diesen Zusammenhang zurückzuführen.

Abb. 25

MOOSWALD

Korrelation $f_i = f(g_i)$



Der durch verlichtete Bestandespartien verursachte systematische Fehler ist nach der Theorie der Wahrscheinlichkeitspolygone leicht verständlich: Lichte Bestandesteile werden durch entsprechend größere Polygone repräsentiert; eine zusätzliche Wiegung der geringen g_1/ha -Werte mit den Bezugsflächen führt daher zu negativen Schätzfehlern.

Der Überrepräsentierung großflächiger Probekreise steht die Unterrepräsentierung kleiner Probekreise gegenüber. - In der in Rede stehenden Stichprobe sind $f_{\max} = 423 \text{ m}^2$ und $f_{\min} = 38 \text{ m}^2$. Die größte Probenfläche wird also bei der Grundflächenermittlung 11mal so oft berücksichtigt wie die kleinste (vorausgesetzt, daß jeweils Probekreisfläche = Summe der zugehörigen Standflächen). Hier stellt sich die Frage, ob es überhaupt noch sinnvoll ist, Messungen in relativ kleinen Probekreisen durchzuführen. Die Anwendung des gewogenen Mittels bei der Auswertung von Datenmaterial stark inhomogener Bestände ist somit in Frage zu stellen.

5.32 Arithmetisches Mittel

In Übersicht 9 sind die arithmetischen Grundflächenmittel der 4 Mooswald-Stichproben wiedergegeben.

Übersicht 9

Schätzwerte von G/ha_{ar} (4 Stichproben)

N	$G/\text{ha}_{\text{ar}} (\text{m}^2)$	prozentuale Abweichung vom wahren Wert
80	19,60	+ 2,19
54	20,57	+ 7,36
51	19,10	- 0,31
46	20,28	+ 5,85
231	19,84	+ 3,57

Erwartungsgemäß ergibt sich bei Zusammenfassung aller 231 Stichprobenpunkte eine positive Abweichung vom wahren Wert, die jedoch relativ klein ist.

Unternimmt man den Versuch, den systematischen Fehler analog zu homogenen Altersklassenbeständen über die Korrelation $f_i = f(g_i)$ und den Variationskoeffizienten c_{fa} herzuleiten, so scheitert dieser an charakteristischen Gegebenheiten inhomogener Bestände. Für die Stichprobe mit $N = 80$ ergibt die Berechnung von c_{fa} einen Wert von 32,91%. Damit beträgt nach der mittleren Kurve von Abb.19 ($t = 2$) der systematische Fehler $\Delta\%$ ca. + 10,5%, liegt also wesentlich höher als der tatsächliche.

Die Ursache dieser Diskrepanz ist in der Unregelmäßigkeit des Standraumgefüges begründet. - Im gleichaltrigen, einschichtigen und geschlossenen Bestand steht jeder Einzelbaum im Spannungsfeld mehrerer ziemlich gleichrangiger Nachbarbäume. Die Streuung der Probekreisflächen eines Dichtegrades ist daher begrenzt; sie erklärt sich aus den zufälligen Abweichungen der Probekreisflächen von den biologischen Standflächen der erfaßten Einzelbäume.

Im inhomogenen Mooswald dagegen ist die Streuung der Probekreisflächen eines Dichtegrades häufig nicht allein aus diesen Abweichungen zu erklären. Vielmehr ist zu berücksichtigen, daß die betreffenden Probekreise Mehrbaumstichproben unterschiedlicher Abstandsklassen entsprechen.

Grundsätzlich sind dabei zwei Fälle zu unterscheiden:

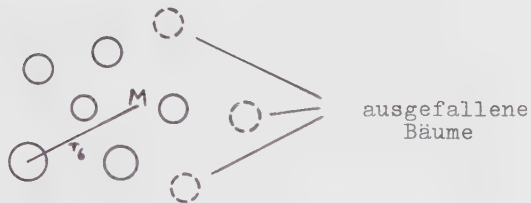
a) Verlichtung

Fällt eine Aufnahmeeinheit in eine verlichtete Bestandespartie, so muß aus der Sicht biologischer Standräume unterstellt werden, daß die Probekreisfläche wegen des Ausfalls mehrerer Bäume einer Stichprobe höherer Abstandsklasse entspricht.

In Abb.26 ist z.B. r_6 eigentlich der Abstand zum 9. Baum.

Abb.26

Stichprobeneinheit in einer verlichteten Bestandespartie



Mit der Erhöhung der Abstandsklasse i geht ein Rückgang des Variationskoeffizienten VK verschiedener Beobachtungsmerkmale einher. CHEN leitet VK_i aus der Ein-Baum-Stichprobe ab:

$$VK_i = \frac{VK_1}{\sqrt{i}}$$

Daraus folgt, daß sich der VK der Abweichungen Probekreis/Standflächen mit größer werdenden Blößen verringert.

Demnach wird auch der systematische Fehler des arithmetischen Mittels bei Einbeziehung von Probekreisen, die verlichtete Bestandespartien repräsentieren, kleiner. Gegenüber dem gewogenen Mittel bedeutet dies einen wesentlichen Vorteil.

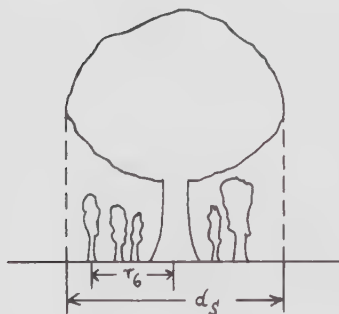
KAPUCU stellt analog dazu fest, daß sich mit zunehmender Abstandsklasse einer Stichprobe das arithmetische Mittel dem wahren Wert nähert und gibt u.a. aus diesem Grund dem arithmetischen Mittel den Vorzug. - Der negative Fehler des gewogenen Mittels erhöht sich dagegen. Die Ursache liegt in einer Erhöhung des Quotienten $f_1/\bar{f}$ der größten Probekreise.

b) Verdichtung

Das Aufeinandertreffen von Bäumen mit großen Altersunterschieden kann im Extremfall eine solche Verdichtung bewirken, daß ein Probekreis der Abstands-klasse 1 entspricht. Dieser Fall liegt z.B. dann vor, wenn innerhalb des biologischen Standraumes eines Einzelbaumes 5 weitere Bäume stehen.

Abb.27

Darstellung einer extremen Ver-
dichtung im Bestand



r_6 = Abstand zum 6. Baum

d_s = Durchmesser des
Standraumes einer
Mittelwaldeiche

Die Mooswald- Stichprobe ist durch einige charakteristische Verdichtungen dieser Art gekennzeichnet. So weist Stichprobenpunkt Nr.36 folgende Daten auf:

Baumart	Durchmesser
sonst. Lb.	9
Eiche	96
sonst. Lb.	8
Esche	14
sonst. Lb.	18
sonst. Lb.	8

$$\begin{aligned}
 r_{36} &= 6,8 \text{ m} \\
 f_{36} &= 145,27 \text{ m}^2 \\
 g_{36} &= 0,7786 \text{ m}^2 \\
 g/ha_{36} &= 53,60 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Der beschriebenen Verdichtung liegt somit eine Über-
lagerung der Standflächen mehrerer Einzelbäume zugrunde. Dadurch erhöht sich der Variationskoeffizient der Abweichungen Probekreis/Standflächen, weshalb sich der systematische Fehler des arithmetischen Mittels vergrößert.

Da die SEBAST flächenbezogene Bestandesparameter liefert, verändert sich mit Modifizierung der Abstandsklasse eines Probekreises der systematische Fehler $\Delta\%$ in Form einer hyperbolischen Kurve:



Diese Skizze veranschaulicht die Empfindlichkeit des arithmetischen Mittels bei Einbeziehung von Probekreisen mit mehrfacher Standflächenüberlagerung.

In Altersklassenbeständen sind Standflächenüberlagerungen in der beschriebenen extremen Form relativ selten. Die verursachten Fehler sind daher i.d.R. vernachlässigbar.

Zusammenfassend läßt sich die Verteilung der Probekreisflächen eines Dichtegrades auf 2 Ursachen zurückführen:

- 1) die zufällige Streuung der Probekreisflächen um die zugehörigen Standflächensummen;
- 2) die latente Modifizierung der SEBAST in eine Stichprobe anderer Abstandsklasse.

SCHÖPFER weist beim Vergleich der SEBAST mit der flächengleichen herkömmlichen Kreisprobenaufnahme ein "Umschlagen" des Stichprobenfehlers beider Repräsentativverfahren nach: Bei kleineren Probenzahlen ist die SEBAST, bei größeren Probenzahlen das herkömmliche Verfahren überlegen. - Dieses Phänomen läßt sich anhand vorstehender Überlegungen erklären: Die SEBAST ist mit einem systematischen Fehler behaftet, der von der Probenzahl relativ unabhängig ist. - Bei der flächengleichen Kreisprobenaufnahme tritt zwar kein systematischer Fehler auf, doch ist bei kleinerer Probenzahl der Repräsentationsfehler wesentlich höher

als bei der SEBAST; die Ursache dafür liegt in der unterschiedlichen Baumzahl je Probekreis, welche eine Parallele zur modifizierten Abstandsklasse darstellt.

Nach der Theorie der Wahrscheinlichkeitspolygone werden Verlichtungsflächen durch entsprechend große und Verdichtungsgebiete mit Standraumüberlagerung durch kleine Polygone repräsentiert. Davon kann jedoch nicht abgeleitet werden, daß starke Einzelbäume, welche nach der Theorie ihren biologischen Standraum mit schwachen Bestandesindividuen teilen, unterrepräsentiert werden. Die Wahrscheinlichkeit, daß solche Einzelbäume bei Stichproben berücksichtigt werden, ist relativ gering, dafür sind aber im Fall einer Berücksichtigung die betreffenden g_1/ha - Werte größer.

In Plenterwäldern ist das Phänomen der Standraumüberlagerung auf großer Fläche anzutreffen. Der systematische Fehler des arithmetischen Mittels steigt dadurch auf eine Größenordnung an, welche die Durchführung einer SEBAST in Frage stellt und konventionelle Stichprobenverfahren sinnvoller erscheinen läßt.

6. Verbesserung der Schätzwerte für G/ha

Die Ausführungen in den vorangegangenen Abschnitten zeigen mehrere "Schwachstellen" der SEBAST. - In diesem Abschnitt soll erläutert werden, wie durch besondere rechnerische Methoden der Fehlerrahmen der Grundflächenschätzung aus vorhandenem Datenmaterial eingeengt bzw. wie durch besondere Aufnahmetechniken das Datenmaterial selbst verbessert werden kann.

6.1 Rechnerische Methoden

6.11 Gewogenes Mittel

Es wurde gezeigt, daß das gewogene Mittel für geschlossene Altersklassenbestände brauchbare Schätzwerte lie-

fert. Inhomogene, vor allem verlichtete Bestände, verursachen dagegen nicht vernachlässigbare systematische Fehler.

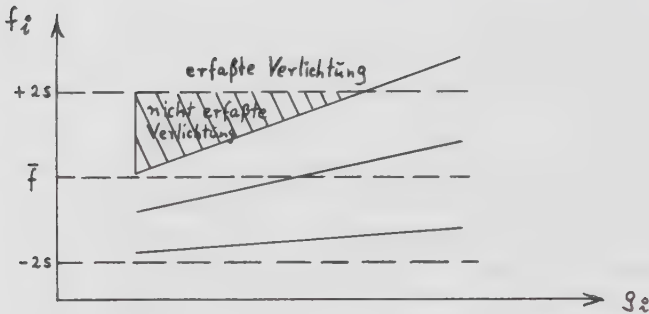
Da Einzelwerte sehr großer Probekreise überrepräsentiert werden, schlage ich vor, diese mit den übrigen - gewogenen - Werten arithmetisch zu mitteln. Zur Bestimmung eines Extremwertes soll dabei die statistische Maßzahl $+ 2s$ herangezogen werden. Dieses sog. "teilarithmetische Mittel" besitzt damit folgende Schätzfunktion:

$$G/ha_{\text{teilar}} = \frac{G_i/ha_{\text{gew}} \cdot i + G_j/ha_{\text{ar}} \cdot j}{i + j}$$

$$\text{wobei } f_j > \bar{f}_{ij} + 2s_{f_{ij}}$$

Die Wahl von $f = \bar{f} + 2s_f$ als Grenzwert für die gewogene und arithmetische Mittelung innerhalb einer Schätzung erfolgte auf empirischem Wege. Die Grenze ist so gezogen, daß einerseits nur echte Ausreißer erfaßt werden, andererseits größere systematische Fehler vermieden werden können. Auf der anderen Seite sollen die zentralen Dichtegrade, bei denen eine gleichmäßige Streuung der Probekreisflächen um die zugehörigen Standflächen angenommen werden kann, unberücksichtigt bleiben.

Besonders wirksam ist das teilarithmetische Mittel bei der Auswertung von Daten älterer Altersklassenbestände. Da die Ausgleichsgerade der Korrelation $f_i = f(g_i)$ bei solchen Beständen nur schwach ansteigt, werden z.B. auch Verlichtungen geringerer Dichtegrade weitgehend erfaßt, wie folgende Skizze zeigt:



Die Wirksamkeit des teilarithmetischen Mittels soll anhand eines Beispiels erläutert werden:
 Kommen in Altersklassenbeständen ältere Partien (z.B. Vorwuchstrupps) nur auf geringer Fläche vor, dann ist es denkbar, daß nur 1 Aufnahmeeinheit diesen Bestandesteil repräsentiert. Dadurch ist ein Ausgleich potentieller Abweichungen solcher Probekreisflächen von den zugehörigen Standflächen nicht möglich. Bei Anwendung des gewogenen Mittels können solche Abweichungen beachtliche Schätzfehler verursachen; das teilarithmetische Mittel bringt dagegen eine wesentliche Verbesserung. Eine modellhafte Stichprobe (die Daten sind im Anhalt an den Mooswald- Bestand gewählt) soll diese Überlegung verdeutlichen:

Es sei $N = 10$

$$\sum_{i=1}^N f_i = 1\ 800\ \text{m}^2; \quad \bar{f}_i = 200\ \text{m}^2 \quad g_i/\text{ha} = 20\ \text{m}^2$$

$$\sum_{i=1}^N g_i = 3,6\ \text{m}^2; \quad \bar{g}_i = 0,4\ \text{m}^2$$

$$s_{f_{i+10}} = 80\ \text{m}^2$$

$$f_{10} = 400\ \text{m}^2; \quad g_{10} = 0,8\ \text{m}^2 \quad g_{10}/\text{ha} = 20\ \text{m}^2$$

$$f_{10} > \bar{f}_{i+10} + 2s_{f_{i+10}}$$

$$f_{10}\ \text{Probekreis} = f_{10}\ \text{Standflächen}$$

Da f_{10} und g_{10} proportional zu $\bar{f}_i$ und $\bar{g}_i$ sind, verändert sich G/ha_{gew} nach Einbeziehung von f_{10} nicht. Weicht jedoch die Probekreisfläche f_{10} von der zugehörigen Standflächensumme um $+ 160 \text{ m}^2$ ab (bei Unterstellung eines Variationskoeffizienten $c_{fa} = 20\%$), dann ist

$$G/ha_{\text{gew}} = 18,64 = - 6,8\%$$

$$G/ha_{\text{teilar}} = 19,43 = - 2,86\%$$

Das teilarithmetische Mittel schneidet somit wesentlich günstiger ab.

Als besonders wertvoll erweist sich das teilarithmetische Mittel bei Beständen mit größeren Blößen. Bei der Kleinheit der ideellen Probekreise kann f_i im Bereich einer Blöße ein Vielfaches von $\bar{f}$ betragen. Ein dadurch entstehender negativer systematischer Fehler kann u.U. eine Repräsentativaufnahme in Frage stellen.

Die Ausdehnung der arithmetischen Mittelung auf negative Extremwerte von f_i halte ich bei Stichproben mit normalem Stichprobenumfang für wenig sinnvoll. Die Schätzung von G/ha wird in diesem Fall nur dann verbessert, wenn sich die betreffenden Probekreis- und Standflächen etwa decken. Liegt diese Voraussetzung jedoch nicht vor, wird u.U. ein enormer positiver Fehler in Kauf genommen (vgl. Abschnitt 5.32).

Überprüfungen zahlreicher Stichprobennahmen in Altersklassenbeständen des Staatswaldes Bonndorf zeigen, daß für die teilarithmetische Mittelung i.a. nur wenig Ausreißerwerte in Frage kommen; es handelt sich dabei fast durchweg um Blößen.

Als Beispiel eines inhomogenen Bestandes soll der koordinatenmäßig erfaßte Mooswald dienen:

a) Stichprobe mit Umfang $N = 30$

Da die Aufnahmeintensität sehr hoch ist, werden positive und negative Ausreißer von f_1 ermittelt. Es ergeben sich insgesamt 5 Werte = 4% aller Stichprobenpunkte; davon besitzen 4 Werte positive Abweichungen.

Bei teilarithmetischer Mittelung ist $G/ha = 18,88 \text{ m}^2$. Die Abweichung vom wahren Wert wird von - 3,65% auf - 1,46% verringert.

b) Stichproben mit Umfang $N = 20$

Zerlegt man obige Stichprobe in 4 Stichproben mit gleichem (quadratischem) Aufnahmeraster, dann ergibt sich eine realere Aufnahmeintensität. Die Flächenaufnahmeprozente betragen 19,14%, 18,13%, 17,63% und 18,65%. Die Ergebnisse der Stichproben sind in Übersicht 10a festgehalten. Die gewogenen Grundflächenmittel haben alle einen Fehler unter 10%, was angesichts der geringen Stichprobenzahlen beachtlich ist. - Mit dem teilarithmetischen Mittel kann bei insgesamt nur 4 Ausreißern der Fehler auf unter 6% gedrückt werden.

In homogenen Altersklassenbeständen kann zusätzlich zum teilarithmetischen Mittel in einem zweiten Schritt die Eliminierung des in Abschnitt 4.1 beschriebenen systematischen Fehlers nach dem in Abschnitt 4.2 gezeigten Verfahren vorgenommen werden. Da dieser Fehler - vor allem bei älteren Beständen - relativ gering ist, erübrigt sich i.a. die zweite Korrektur.

6.12 Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel ist bei genügend großem Stichprobenumfang mit einem ziemlich konstanten systematischen Fehler behaftet, welcher sich aus der Division der einzelnen g_1 -Werte mit variablen Pro-

Übersicht 10

Mooswald

SEBAST, 4 Stichproben mit $N = 20$

- a) Rechnerische Korrektur von G/ha_{gew} durch arithmetische Mittelung der Werte mit $f > \bar{f} + 2s$
(in Klammern Zahl der korrigierten Werte)

$$G/ha_{\text{wahrer Wert}} = 19,16 \text{ m}^2$$

Stichprobe	1	2	3	4
$G/ha_{\text{gew}} (\text{m}^2)$	17,34	18,77	20,51	17,34
Diff. (%)	- 9,5	- 2,04	+ 7,3	- 9,5
$G/ha_{\text{teilar}} (\text{m}^2)$	18,03 (0)	18,61 (1)	20,27 (1)	-- (0)
Diff. (%)	- 5,9	- 2,87	+ 5,8	--

- b) Rechnerische Korrektur von G/ha_{ar} durch Abzug des systematischen Fehlers $\Delta\% = 4\%$

Stichprobe	1	2	3	4
$G/ha_{\text{ar}} (\text{m}^2)$	18,68	21,21	21,08	17,35
Diff. (%)	- 2,5	+ 10,7	+ 10,0	- 9,5
$G/ha_{\text{ar}} - \Delta\% (\text{m}^2)$	17,94	20,35	20,24	16,66
Diff. (%)	- 6,37	+ 6,21	+ 5,64	- 13,05

G/ha_{gew} = Grundfläche/ha (gewogenes Mittel)
 G/ha_{teilar} = " (teilarithmetisches Mittel)
 G/ha_{ar} = " (arithmetisches Mittel)
 Diff. (%) = prozentuale Abweichung vom wahren Wert

bekreisflächen ergibt. Gelingt es, diesen Fehler in Abhängigkeit seiner Einflußgrößen zahlenmäßig zu fassen, dann hat man ein Repräsentativverfahren zur Verfügung, das mit begrenzten Mitteln äußerst genaue Schätzwerte für die flächenbezogenen Bestandesparameter zu liefern vermag.

Die Idee, das arithmetische Mittel als exaktere statistische Maßzahl zu verwenden, ist nicht neu. So machte z.B. STÖHR den Vorschlag, den systematischen Fehler des arithmetischen Mittels durch Korrekturfaktoren zu eliminieren.

In Abschnitt 4.4 wurde anhand eines Fichten-Bestandes eine Methode vorgeschlagen, wie man den systematischen Fehler $\Delta\%$ für einen homogenen Altersklassenbestand ermitteln kann.

Geht man davon aus, daß die verschiedenen Baumarten spezifische Standraumansprüche haben und deshalb die Streuung der Probekreisflächen um die zugehörigen Standflächen variiert, dann ist $\Delta\%$ in Abhängigkeit von der Baumart zu bestimmen. Z.B. kann angenommen werden, daß Schatt- oder Halbschattbaumarten einen größeren "Überlagerungskoeffizienten" der Standflächen aufweisen und damit auch $\Delta\%$ größer ist. Interessant sind in diesem Zusammenhang die Ergebnisse der MOSAIKWALD- Auswertungen durch SCHÖPFER: Bei hohem Aufnahmeprozent weichen die Grundflächenschätzwerte zweier Kiefern- Reinbestände nur wenig vom wahren Wert ab. Bei der Lichtholzart Kiefer ist daher vermutlich mit einem geringen systematischen Fehler zu rechnen.

Im Rahmen dieser Arbeit wird $\Delta\%$ für 5 ziemlich homogene Fichten- Bestände des Staatswaldes Bonndorf (Abb. 13-17) grob ermittelt. Für eine genaue Bestimmung von $\Delta\%$ reicht das verwendete Datenmaterial qualitativ und quantitativ nicht aus.

In Übersicht 11a sind die wichtigsten Daten und statistischen Maßzahlen, die im Zuge der Berechnung von $\Delta\%$

Übersicht 11

Forstbezirk Bonndorf

- a) Statistische Maßzahlen zur Herleitung des systematischen Fehlers $\Delta\%$ des arithmetischen Grundflächenmittels verschiedenaltiger Fichtenbestände

Bestand			d_m	$\bar{F}$	$c_f\%$	r_{fg}	$c_{fa}\%$	$\Delta\%$ ($t=2$)
Abt.	A'kl	St'E						
97	V	2	37,43	92,99	23,62	0,4345	21,28	3,8
104	V	50	24,97	65,33	25,20	0,7211	17,46	2,5
15	III	3+4	19,78	38,59	30,38	0,5619	25,13	5,5
81	IV	111	19,92	34,62	42,42	0,7912	25,94	6,0
42	III	2	17,21	27,82	31,56	0,5915	25,45	5,7

- b) Berechnung der Bestandesgrundfläche G/ha verschiedenaltiger Fichtenbestände und Vergleich des gewogenen mit dem arithmetischen Mittel

Bestand			N	G/ha_{gew}	G/ha_{ar}	$\Delta\%$ ($t=2$)	$G/ha_{ar} - \Delta\%$ ("wahrer Wert")	Diff.(%) des gew. Mittels vom "wahren Wert"
Abt.	A'kl	St'E						
97	V	2	35	65,08	67,53	3,8	64,96	+ 0,2
104	V	50	18	41,16	41,20	2,5	40,17	+ 2,5
15	III	3+4	54	43,80	45,52	5,5	43,02	+ 1,8
81	IV	111	37	49,51	53,17	6,0	49,98	- 0,9
42	III	2	22	46,00	48,83	5,7	46,05	- 0,1

A'kl = Altersklasse eines Bestandes

St'E = Standortseinheit des " (Schlüssel siehe Übersicht 23)

d_m = Durchmesser des Grundflächenmittelstamms

$\bar{F}$ = arithmetisches Mittel der Probekreisflächen

$c_f\%$ = Variationskoeffizient " "

r_{fg} = Korrelationskoeffizient

$c_{fa}\%$ = Variationskoeffizient der Probekreisflächen um die Ausgleichsgerade der Funktion $f_i=f(g_i)$

t = Sicherheitsfaktor

$\Delta\%$ = systematischer Fehler des arithmetischen Mittels

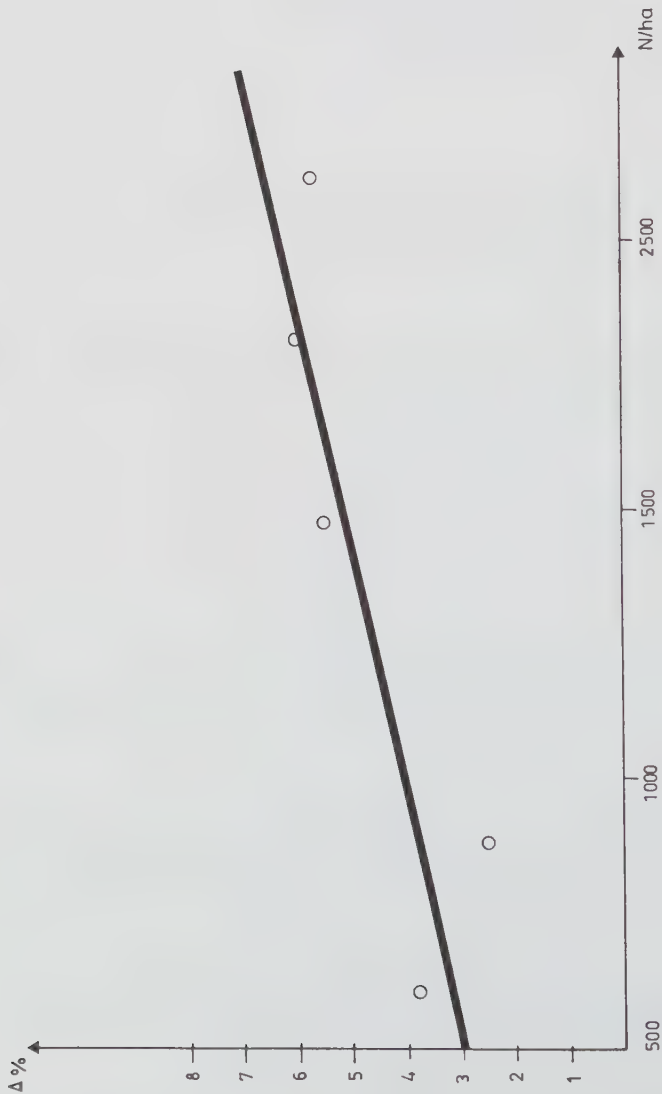
N = Stichprobenumfang

G/ha_{gew} = gewogenes Mittel der Bestandesgrundfläche/ha

G/ha_{ar} = arithmetisches Mittel der "

Abb. 28

Beziehung zwischen dem systematischen Fehler $\Delta\%$ des arithmetischen Mittels und der Stammzahl/ha homogener Fichtenbestände des Forstbezirks Bonndorf



angefallen sind, enthalten. $\Delta\%$ ergibt sich über den Variationskoeffizienten $c_{fa}\%$ durch Ablesung aus der mittleren Kurve ($t = 2$) von Abb.19. Damit wird in Übersicht 11b der jeweilige "wahre Wert" der Bestandesgrundfläche berechnet und mit dem gewogenen Mittel verglichen. In Abb.28 ist $\Delta\%$ in Funktion von der Stammzahl aufgetragen. Danach schwankt $\Delta\%$ im dargestellten Stammzahlbereich etwa zwischen +3 und +7%. Für den Anstieg von $\Delta\%$ mit zunehmender Stammzahl/ha eines Altersklassenbestandes gibt es eine einfache Erklärung: In jungen Beständen sind die soziologischen Klassen wesentlich schärfer ausgebildet als in alten Beständen. Daraus erklärt sich eine verstärkte Überlagerung der Standflächen, die - wie oben dargelegt - zu einer erhöhten Streuung der Probekreisflächen eines Dichtegrades führt.

Noch offen bleibt die Frage, inwieweit sich andere Einflußgrößen wie Standort, Stammzahlverteilung usw. auf $\Delta\%$ auswirken.

Durch den Zusammenhang von $\Delta\%$ mit N/ha wird auch den Überlegungen bezüglich Verlichtung und Standraumüberlagerung Rechnung getragen: Mit fortschreitender Verlichtung eines Bestandes sinkt N/ha , was einen Rückgang von $\Delta\%$ zur Folge hat; im Fall von Standflächenüberlagerungen verhält es sich umgekehrt. Die Inhomogenität eines Bestandes wird somit weitgehend berücksichtigt.

6.13 Vergleich des arithmetischen und gewogenen Mittels

Ein solcher Vergleich soll anhand des Mooswald- Bestandes durchgeführt werden, zumal dort das gewogene Mittel annähernd dem "wahren Wert" entspricht.

Als systematischer Fehler des arithmetischen Mittels wird sämtlichen Stichprobennahmen der Fehler der Gesamtstichprobe ($N = 231$) zugrundegelegt. Es ist also $\Delta\% = + 3,57\%$
 $\approx 3,6\% \approx 4\%$.

6.131 Stichproben mit normalem Stichprobenumfang

Für den Grundflächenvergleich sollen die in den vorherigen Abschnitten bereits erwähnten 4 Stichproben mit $N = 80, 54, 51$ und 46 herangezogen werden. In Anbetracht hoher Repräsentationsfehler (bei der umfangreichsten Stichprobe beträgt der Variationskoeffizient von g_1/ha $50,16\%$) liegen die Probenzahlen aus der Sicht der Praxis zwar relativ niedrig; die hohen Flächenaufnahmeprozente stellen jedoch einen Ausgleich her.

Es ergeben sich folgende Schätzfehler (Übersicht 12):

Übersicht 12

Mooswald

Vergleich von arithmetischem und gewogenem Grundflächenmittel bei normalem Stichprobenumfang

Stichproben- umfang	Fehler der Stichprobe (%)		
	G/ha _{ar}		G/ha _{gew}
	mit $\Delta\%$	ohne $\Delta\%$	
N = 80	+ 2,19	- 1,41	- 3,65
N = 54	+ 7,36	+ 3,76	+ 3,24
N = 51	- 0,31	- 3,91	- 4,96
N = 46	+ 5,85	+ 2,25	+ 2,82

Aus der Übersicht ist zu entnehmen, daß das arithmetische Mittel dem gewogenen überlegen ist. Die mehrfach schon zum Ausdruck gekommenen Vorteile des arithmetischen Mittels werden dadurch unterstrichen.

6.132 Stichproben mit Umfang $N = 20$

Der Stichprobenumfang $N = 20$ liegt angesichts des hohen Schätzfehlers von G/ha (vgl. die Variationskoeffizienten in Übersicht 13) deutlich unter der für die Praxis

Übersicht 13

Mooswald

SEBAST, 4 Stichproben mit $N = 20$

Statistische Maßzahlen von Probekreisfläche und Grundfläche (gewogenes + arithmetisches Mittel) für den Gesamtbestand sowie Ahorn und Esche

	S T I C H P R O B E			
	1	2	3	4
<u>Gesamtbestand</u>				
$\bar{F} \text{ (m}^2\text{)}$	215,31	198,34	203,97	209,81
$c_{F\%}$	44,55	44,02	41,52	27,36
$G/ha_{\text{gew}} \text{ (m}^2\text{)}$	17,54	18,77	20,51	17,34
$c_{G\%}$	47,59	52,90	54,01	54,69
$G/ha_{\text{ar}} \text{ (m}^2\text{)}$	18,68	21,21	21,08	17,35
$c_{G/ha\%}$	43,27	55,93	46,30	54,80
<u>Ahorn</u>				
$G/ha_{\text{gew}} \text{ (m}^2\text{)}$	11,64	8,21	9,86	9,95
$c_{G\%}$	77,00	104,50	76,60	84,20
$G/ha_{\text{ar}} \text{ (m}^2\text{)}$	11,37	8,40	10,07	9,45
$c_{G/ha\%}$	78,20	105,50	84,00	79,50
<u>Esche</u>				
$G/ha_{\text{gew}} \text{ (m}^2\text{)}$	3,06	6,65	4,12	3,82
$c_{G\%}$	109,20	104,40	121,60	127,60
$G/ha_{\text{ar}} \text{ (m}^2\text{)}$	4,01	8,17	4,33	3,99
$c_{G/ha\%}$	151,80	120,40	131,10	116,30

$\bar{F}$ = mittlere Probekreisfläche

G/ha_{gew} = Grundfläche/ha (gewogenes Mittel)

G/ha_{ar} = " (arithmetisches Mittel)

$c_{F\%}$ = Variationskoeffizient der Probekreisflächen

$c_{G\%}$ = " " Einzelgrundflächen

$c_{G/ha\%}$ = " " hektarbezogenen Einzelgrundflächen

erforderlichen Anzahl von Aufnahmeeinheiten.

In Übersicht 10 erfolgt der Vergleich beider Schätzfunktionen anhand von 4 Stichproben, die aus der Stichprobe mit Umfang $N = 80$ entwickelt wurden. Während beim gewogenen Mittel durchweg ein Fehler unter 10% anzutreffen ist, wird dieser Fehlerrahmen vom arithmetischen Mittel überschritten.

Die Überlegenheit des gewogenen Mittels gegenüber dem arithmetischen Mittel bei Stichproben mit geringen Umfang ergibt sich aus charakteristischen Eigenschaften beider Mittelwerte:

Der systematische Fehler des gewogenen Mittels ist weniger von der Probenzahl abhängig als derjenige des arithmetischen Mittels, welcher sich erst mit Annäherung der Probekreisflächen je Dichtegrad an eine Normalverteilung einpendelt.

SCHÖPFER kam durch empirischen Vergleich der beiden Mittelwerte am Datenmaterial des MOSAIK-Waldes ebenfalls zu dem Ergebnis, daß das arithmetische Mittel bei normalerweise erforderlichlichem Umfang den besten Schätzwert für die Grundgesamtheit liefert.

KAPUCU gibt unter dem Eindruck der günstigeren Werte des arithmetischen Mittels bei umfangreichen Stichprobennahmen diesem den Vorzug.

6.2. Aufnahmetechnische Methoden

6.21 Blößen

Im Bestand auftretende Blößen erschweren zunächst aus rein praktischen Gründen die Durchführung einer SEBAST. Da sich die ideellen Probekreise in solchen Bestandespartien vergrößern, wird sowohl die Ermittlung des 6.Baumes als auch die Messung von r_6 langwieriger und schwieriger. Vor allem in geneigtem Gelände wird die Stichprobennahme problematisch. Hinzu kommt noch die Erfahrung, daß Blößen häufig

mit Schlagraum ehemals vorhandener Bäume versehen sind, weshalb eine Begehung manchmal unmöglich wird. Einer der großen Vorzüge der SEBAST, nämlich die einfache und rasche Merkmalserhebung, kann u.U. dadurch hinfällig werden.

Aus diesem Grund ist zu überlegen, bis zu welcher Größenordnung Blößen in einer Stichprobe berücksichtigt werden sollen. Eine Stratifizierung ist also zweckmäßig. Die maximale Größe ergibt sich dabei aus theoretischen und praktischen Erwägungen.

Einerseits soll eine Blöße die zu repräsentierende Bestandesteilfläche $\frac{F}{N}$ eines Probenpunktes nicht überschreiten. Bei einem Aufnahmeraster von 40 x 40 bedeutet dies eine Fläche von 1 600 m²; eine solche Größenordnung ist jedoch aus aufnahmetechnischen Gründen zu hoch. - Andererseits zeigen praktische Erfahrungen aus zahlreichen Stichprobenerhebungen, daß es sinnvoll ist, Blößen schon ab ca. 0,05 ha Größe auszuscheiden und flächenmäßig festzuhalten. Es hat sich als sehr nützlich erwiesen, Blößen vor einer Stichprobennahme mittels Luftbildern (soweit vorhanden) zu erfassen und in den Stichprobenplan einzutragen. Auf diese Weise erhält man zusätzlich weitere Orientierungspunkte für die planmäßig festgelegten Aufnahmeeinheiten. - Hat sich die Zahl der auszuscheidenden Blößen zum Zeitpunkt der Stichprobennahme gegenüber dem Luftbild vergrößert oder liegen keine Luftbilder vor, so erfolgt die Ausscheidung gutachtlich durch den Meßtrupp. Aufgrund häufiger Distanzmessung bei der Höhenermittlung ist eine relativ genaue Einschätzung möglich.

Legt man als Untergrenze für die Ausscheidung ein Quadrat mit Seitenlänge 25 m fest, dann beträgt der Abstand zum ersten Baum 12,5 m. Geht man von einem Kreis mit 0,05 ha aus, dann ist $r_1 = 12,6$ m.

6.211 Gewogenes Mittel

Jede Lücke oder Blöße, die von den normalen Bestandesverhältnissen abweicht und bei einer Stichprobe erfaßt wird, verursacht bei Anwendung des gewogenen Mittels einen systematischen Fehler.

Nachstehend wird im Anhalt an Daten der Stichprobennahme in Abt.97 des Staatswaldes Bonndorf gezeigt, inwieweit sich ein möglicher Probekreis von 0,05 ha Fläche (= Maximalblöße nach der Definition des vorigen Abschnitts) auf die Grundflächenschätzung auswirkt.

Es seien $N = 50$, $\bar{g} = 0,6 \text{ m}^2$ ($d_m = 29,3 \text{ cm}$),
 $\bar{f} = 100 \text{ m}^2$

a) wenn keine Blöße vorliegt, ist

$$G/\text{ha}_{\text{gew}} = \frac{0,6 \cdot 50}{100 \cdot 50} \cdot 10\,000 = \underline{60 \text{ m}^2}$$

b) wenn eine Blöße der angegebenen Größe vorliegt, ist

$$G/\text{ha}_{\text{gew}} = \frac{0,6 \cdot 50}{(100 \cdot 49) + 500} \cdot 10\,000 = \underline{55,56 \text{ m}^2}$$

Bei Unterstellung, daß die Blößenfläche einem Drittel der Bestandesteilfläche $\frac{F}{N}$ entspricht, wäre der exakte Schätzwert $59,2 \text{ m}^2/\text{ha}$. Durch die voll erfaßte Blöße entsteht damit ein systematischer Fehler von $-6,16\%$.

Da in jüngeren Beständen $\bar{f}$ niedriger ist, erhöht sich der systematische Fehler entsprechend.

Wendet man das vorgeschlagene teilarithmetische Mittel an, dann wird der systematische Fehler weitgehend eliminiert.

Manchmal sind kleinere Blößen anzutreffen, welche durch Naturverjüngung oder Pflanzung teilweise wieder bestockt sind, wobei einige der jungen Individuen bereits die Kluppschwelle überschritten haben. In

einem solchen Fall ist es möglich, daß eine Aufnahmeeinheit nicht im Grundbestand zu finden ist, sondern im Bereich des jüngeren Kollektivs. Da dort oft kein gewachsenes Standraumgefüge vorliegt, kann eine Erfassung dieses Kollektivs u.U. zu sehr hohen systematischen Fehlern führen. Ein Beispiel unter Verwendung obiger Daten soll diese Überlegung veranschaulichen:

Eine kreisförmige Blößenfläche beträgt 150 m^2 ; der Probekreismittelpunkt M liegt im Zentrum der Blöße; 6 Bäume des jungen Kollektivs haben mit einem BHD von jeweils 7 cm die Kluppschwelle überschritten; $r_6 = 6,9 \text{ m}$; r_6 ohne Jungwuchs = 8 m.

Wird der Jungwuchs berücksichtigt, dann ist:

$$G/\text{ha}_{\text{gew}} = \frac{(0,6 \cdot 49) + 0,0212}{(100 \cdot 49) + 150} \cdot 10\,000 = \underline{58,26 \text{ m}^2}$$

$$g/\text{ha}_{\text{Blöße}} = \underline{1,41 \text{ m}^2}$$

Bei Unterstellung, daß die Blößenfläche = $\frac{1}{10} \cdot \frac{F}{N}$, wäre der exakte Schätzwert $59,88 \text{ m}^2/\text{ha}$.

Der Fehler beläuft sich damit auf - 2,71%. Bei größeren Blößen und niedrigerem Flächenaufnahmeprozent erhöht sich der Fehler entsprechend.

Läßt man den Jungwuchs unberücksichtigt, dann ist

$$G/\text{ha}_{\text{gew}} = \frac{0,6 \cdot 50}{(100 \cdot 49) + 200} \cdot 10\,000 = \underline{58,82 \text{ m}^2}$$

$$g/\text{ha}_{\text{Blöße}} = \underline{30 \text{ m}^2}$$

Das Beispiel zeigt, daß die Grundflächenschätzung ohne Berücksichtigung des Jungwuchses genauer wird. Es macht zugleich deutlich, daß punktuell auftretende Bestandesheterogenitäten und dadurch bedingte

systematische und Repräsentationsfehler durch Vergrößerung der Probekreise zugunsten einer Einbeziehung des Grundbestandes größtenteils aufgefangen werden können.

6.212 Arithmetisches Mittel

Blößen werden durch das arithmetische Mittel relativ genau erfaßt. Wie schon gezeigt wurde, bewirken sie eine Verringerung des systematischen Fehlers. Bedeutsam ist die Tatsache, daß zwischen g_i/ha und f_i ein hyperbolischer Zusammenhang besteht. Dadurch nimmt mit ansteigendem f_i die Variabilität von g_i/ha ab. - Das bedeutet, daß in größeren Blößen der Probekreisradius r_6 weniger exakt gemessen zu werden braucht als in dichten Bestandesteilen. Für die praktische Aufnahme ist dies sehr wichtig, da exakte Messungen großer Radien oft mit hohem Zeitaufwand verbunden sind. Bei ungünstigen Meßbedingungen genügt deshalb für die Ermittlung größerer Probekreisradien durchaus Schrittmaß.

Wendet man das im vorigen Abschnitt beschriebene Beispiel der teilweise mit Jungwuchs bestockten Blöße auf das arithmetische Mittel an, so ergibt sich im ersten Fall (mit Jungwuchs):

$$G/ha_{ar} = \frac{(60 \cdot 49) + 1,41}{50} = \underline{58,83 \text{ m}^2}$$

im zweiten Fall (ohne Jungwuchs):

$$G/ha_{ar} = \frac{(60 \cdot 49) + 30}{50} = \underline{59,4 \text{ m}^2}$$

Die Ergebnisse sind exakter als die entsprechenden des gewogenen Mittels.

Auch für das arithmetische Mittel erweist^{es} sich als günstiger, wenn der Jungwuchs unberücksichtigt bleibt und nur das Standraumgefüge des Grundbestandes erfaßt wird. Nach der Theorie der Wahrscheinlichkeitspoly-

gone wird in diesem Fall die Blößenfläche in viele Polygonflächen aufgeteilt, denen Individuen des Grundbestandes entsprechen. Die Streuung der möglichen g_i/ha -Werte wird dadurch wesentlich geringer. - Durch Nichtberücksichtigung des Jungwuchses wird deshalb auch der Repräsentationsfehler vermindert.

6.22 Überhälter

Unter "Überhältern" sind in den folgenden Ausführungen ganz allgemein solche Bestandesindividuen zu verstehen, deren BHD sehr stark vom Grundbestand abweicht. Meist handelt es sich um Reste der vorhergehenden Bestandesgeneration.

Überhälter rufen bei der SEBAST i.d.R. positive Schätzfehler hervor. Auf die Problematik wurde früher schon eingegangen.

Beim gewogenen Mittel ist entscheidend, inwieweit die betreffenden Probekreisflächen größer oder kleiner als die mittlere Probekreisfläche sind. Je nachdem kommen positive oder negative Schätzfehler unterschiedlicher Höhe zustande.

Beim arithmetischen Mittel erhöht sich der systematische Fehler, wenn die biologische Standfläche eines Überhelters auf mehrere Individuen des Grundbestandes verteilt ist. Eine solche Konstellation hat ferner einen erheblichen Anstieg des Repräsentationsfehlers zur Folge. Bei Auftreten zahlreicher Überhälter ist daher eine Stratifizierung vorteilhaft.

Wird keine Stratifizierung vorgenommen, schlage ich vor, Probekreise mit Überhältern dann zu modifizieren, wenn mehr als 3 unterständige Bestandesindividuen vertreten sind. In solchen Fällen sind die Probekreise so weit auszudehnen, bis mindestens 3 zwischen- oder oberständige Bäume einschließlich des Überhelters berücksichtigt sind. Diese Zahl geht aus der Überlegung hervor, daß mit mindestens 3 soziologisch höherstehenden

Bestandesgliedern das Standraumgefüge hinreichend genau erfaßt werden kann. Zwiesel sind in diesem Zusammenhang stets einem Einzelbaum gleichzusetzen, da sie vergleichbare Standraumverhältnisse aufweisen.

Eine solche Aufnahmemethode ist besonders dann wirkungsvoll, wenn der Grundbestand schon einen gewissen Kronenkontakt mit einem Überhälter hat. Ein typisches Beispiel sind Mittelwaldeichen in hochwaldüberführten Laubholzbeständen. Nach der vorgeschlagenen Methode würden bei Erfassung einer Mittelwaldeiche zusätzlich mindestens 2 an deren Kronenrand stehende Bäume berücksichtigt.

Die Wirksamkeit des Verfahrens wurde am Mooswald-Bestand überprüft. In Übersicht 14 sind die Schätzwerte von 3 Stichproben mit jeweils 20 Aufnahmeeinheiten dargestellt, bei denen in insgesamt 4 Fällen Probekreismodifizierungen der oben angegebenen Art durchgeführt wurden.

Übersicht 14

Mooswald

SEBAST, 4 Stichproben mit N = 20

G/ha nach Modifizierung von Probekreisen mit mehr als 3 unterständigen Bäumen (in Klammern Zahl der modifizierten Aufnahmeeinheiten)

Stichprobe	1	2	3	4
$G/ha_{\text{gew}} (m^2)$	-- (0)	18,70 (1)	19,68 (1)	18,10 (2)
Diff.(%)	--	- 2,4	+ 2,7	- 5,5
$G/ha_{\text{teilar}} (m^2)$	-- (0)	18,77 (2)	19,36 (1)	-- (0)
Diff.(%)	--	- 2,04	+ 1,04	--
$G/ha_{\text{ar}} (m^2)$	-- (0)	19,96 (1)	19,82 (1)	18,38 (2)
$G/ha_{\text{ar}} - \Delta\% (m^2)$	--	19,16	19,03	17,65
Diff.(%)	--	± 0	- 0,68	- 7,9

Es lassen sich sowohl beim gewogenen als auch beim arithmetischen Mittel ganz erhebliche Verbesserungen feststellen. Durch rechnerische Anwendung des teilarithmetischen Mittels wird das gewogene Mittel in einem zweiten Schritt noch weiter verbessert.

Bei insgesamt 80 Stichprobeneinheiten kamen im relativ inhomogenen Mooswald- Bestand nur 4 = 5% der Aufnahmeeinheiten für die oben beschriebene Modifizierung in Frage. Daraus ist zu ersehen, daß extrem ungünstige Baumkonstellationen dieser Art in der Praxis nur relativ selten angetroffen werden.

Bei der Berechnung von g_i/ha der modifizierten Probekreise müßten strenggenommen sämtliche Bäume von f_i berücksichtigt werden. Da sich das Rechenverfahren jedoch verkompliziert, andererseits der Unterstand bezüglich der Grundfläche nur unbedeutend ins Gewicht fällt, reicht es aus, wenn die jeweils 6 stärksten Stämme erfaßt werden. Den Daten von Übersicht 14 liegt ein solches Vorgehen zugrunde.

6.23 Unterstand

In stufig aufgebauten Beständen und solchen mit schwacher oder gar fehlender Durchforstung ist dem Unterstand erhöhtes Augenmerk zu schenken. Vor allem ist kritisch zu prüfen, inwieweit Einzelbäume dieser soziologisch untersten Klasse noch als echte Bestandesglieder anzusehen sind. Dürrständer und absterbende Individuen mit geringem Durchmesser sollten stets unberücksichtigt bleiben, da sie einerseits aus ökonomischer Sicht uninteressant sind, andererseits u.U. erhebliche (meist positive) Schätzfehler verursachen können. Nach Abschn. 5.32 ist die Überlagerung der Standräume insbesondere für den Unterstand typisch.

Auf die Problematik der SEBAST- Anwendung in Plenterwäldern wurde schon hingewiesen.

6.24 Stratifizierung

Stratifizierung bedeutet die Unterteilung eines Kollektivs in gleichmäßigere Teilkollektive = Strata. Damit kann die Streuung von Merkmalswerten innerhalb der Strata verkleinert werden. Entscheidend für die Wirksamkeit der Stratifizierung ist dabei die Größe der Merkmalsdifferenzen zwischen den Strata (PRODAN).

Da die SEBAST für homogene Altersklassenbestände Schätzwerte mit relativ geringen und meist vernachlässigbaren systematischen Fehlern liefert, ist eine weitgehende Stratifizierung der Bestände nach diesen Kriterien sinnvoll. Unter den Begriff "homogen" fallen dabei Reinbestände oder gut durchmischte Mischbestände mit möglichst einheitlichem Schlußgrad.

7. Stammzahl

Neben der Grundfläche G/ha ist die durchschnittliche Stammzahl N/ha ein wichtiger Parameter zur Charakterisierung der Bestandesstruktur. Analog zur Bestandesgrundfläche sollen im Folgenden die Schätzfunktionen des gewogenen und arithmetischen Mittels untersucht und ihre Verwendbarkeit beurteilt werden.

7.1 Gewogenes Mittel

$$\begin{aligned}\text{Es ist} \quad N/ha_{\text{gew}} &= \frac{N \cdot 5,5 \cdot 10\,000}{\sum \pi r_i^2} \\ &= \frac{N \cdot 55\,000}{\sum f_i}\end{aligned}$$

wobei N/ha_{gew} = durchschnittliche Stammzahl/ha

N = Stichprobenumfang

r_i = Radius eines ideellen Probekreises

f_i = Fläche " " "

Die Formel unterscheidet sich von der des gewogenen Grundflächenmittels in einem wesentlichen Punkt: Die Variable g_i ist durch eine Konstante (5,5) ersetzt. Damit sind jedoch weitreichende Konsequenzen verbunden. Denn bei der Stammzahlschätzung kommen die Flächengewichte voll zur Auswirkung, während die Grundflächenschätzung infolge des mehr oder weniger grossen statistischen Zusammenhangs zwischen g_i und f_i weniger beeinflusst wird. Die Folge ist zunächst ein streng hyperbolischer Verlauf der Einzelwerte n_i/ha in Abhängigkeit von f_i , schließlich eine größere Varianz von n_i/ha , wie aus Übersicht 20 entnommen werden kann.

Da die großen Probekreisflächen und damit kleinen n_i/ha - Werte ein Übergewicht besitzen, ist N/ha_{gew} stets mit einem negativen systematischen Fehler verbunden. Der Variationskoeffizient der Probekreisflächen beeinflusst dabei die Größenordnung dieses Fehlers. Die Homogenität eines Bestandes spielt daher bei der Stammzahl eine noch größere Rolle als bei der Grundfläche. KAPUCU berechnete z.B. für ungleichaltrige Naturmischbestände Abweichungen vom "wahren Wert" bis zu - 25%.

In Übersicht 15 sind die Abweichungen der Schätzwerte verschiedener Stichproben des Mooswald- Bestandes dargestellt. Diese betragen im Mittel ca. - 10%, das Maximum liegt bei - 14,3%. Bei der Vfl. Staufen schließlich beläuft sich der systematische Fehler nur noch auf - 2,84%.

Gemeinsam ist allen Beständen, daß die Schätzung der hektarbezogenen Stammzahl wesentlich größere Fehler aufweist als diejenige der Grundfläche. - Prüft man die Schätzfehler von Stichproben in homogenen Altersklassenbeständen (Übersicht 16), wird außer der Homogenität auch das Bestandesalter als Einflußfaktor auf die Güte der Schätzung von N/ha sichtbar. Der Einfluß des

Übersicht 15

Mooswald

Berechnung der durchschnittlichen Stammzahl N/ha aus verschiedenen Stichprobennahmen und Vergleich mit dem wahren Wert

wahrer Wert: N/ha = 298

N	N/ha _{gew}	Abweichung vom wahren Wert (%)	N/ha _{ar}	Abweichung vom wahren Wert (%)	Abweichungs-% minus $\Delta\%$
80	265,9	- 10,8	321,0	+ 7,7	+ 3,1
20	256,6	- 13,9	317,4	+ 6,5	+ 2,9
20	277,3	- 6,9	357,4	+ 19,9	+ 16,3
20	269,6	- 9,5	314,6	+ 5,6	+ 2,0
20	262,1	- 12,0	294,7	- 1,1	- 4,7
54	255,4	- 14,3	306,1	+ 2,7	- 0,9
51	267,4	- 10,3	331,3	+ 11,2	+ 7,6
46	272,5	- 8,6	309,7	+ 3,9	+ 0,3

Übersicht 16

Forstbezirk Bonndorf

Berechnung der durchschnittlichen Stammzahl N/ha verschieden-altriger Fichtenbestände und Vergleich des gewogenen mit dem arithmetischen Mittel

Bestand			N	N/ha _{gew}	N/ha _{ar}	$\Delta\%$	N/ha _{ar} - $\Delta\%$ (wahrer Wert)	Diff.(%) des gew. Mittels vom "wahren Wert"
Abt.	A'kl	St'E						
97	V	2	35	591,4	628,8	3,8	604,9	- 2,2
104	V	50	18	841,9	901,0	2,5	878,5	- 4,2
15	III	3+4	54	1425,1	1562,1	5,5	1476,2	- 3,5
81	IV	111	37	1588,8	1931,2	6,0	1815,3	- 12,5
42	III	2	22	1976,9	2240,5	5,7	2112,8	- 6,4

N/ha_{gew} = gewogenes Mittel der Bestandesstammzahl/ha

N/ha_{ar} = arithmetisches Mittel der "

$\Delta\%$ = systematischer Fehler des arithmetischen Mittels

A'kl = Altersklasse eines Bestandes

St'E = Standortseinheit des Bestandes (Schlüssel siehe Übersicht 23)

N = Stichprobenumfang

Alters ist darauf zurückzuführen, daß die Einzelwerte n_i/ha auf den verflachenden Ast der oben erwähnten Hyperbel entfallen.

Aus diesen Ergebnissen ist zu folgern, daß das gewogene Mittel nur für homogene Altersklassenbestände mit $N/ha < 1\ 000$ noch vernachlässigbare Schätzwerte liefert.

7.2 Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel berechnet sich nach der einfachen Formel

$$N/ha_{ar} = \frac{1}{N} \cdot \sum n_i/ha = \frac{1}{N} \cdot \sum \frac{5,5 \cdot 10\ 000}{\pi r_i^2}$$

Dabei bedeuten

$$\begin{aligned} N/ha_{ar} &= \text{durchschnittliche Stammzahl/ha} \\ N &= \text{Stichprobenumfang} \\ n_i/ha &= \text{Stammzahl/ha eines Probekreises} \\ r_i &= \text{Radius eines ideellen " } \end{aligned}$$

Da die einzelnen Beobachtungsmerkmale n_i/ha flächenbezogen sind, ergibt sich für N/ha_{ar} analog zu G/ha_{ar} ein positiver systematischer Fehler der gleichen Größenordnung. Zur Eliminierung dieses Fehlers kann daher auf $\Delta\%$ des Grundflächenmittels zurückgegriffen werden. So beträgt z.B. der Schätzfehler von N/ha_{ar} bei der Vfl. Staufen 5,0%. Dieser Wert deckt sich fast mit dem für G/ha_{ar} berechneten systematischen Fehler (= 5,3%).

Der Tausch der Variablen g_i gegen eine Konstante (5,5) macht sich in einem erhöhten Repräsentationsfehler bemerkbar. Aus diesem Grund spielt die Repräsentanz der einzelnen Stichprobenpunkte für die Genauigkeit von N/ha

eine noch größere Rolle als von G/ha .

In Übersicht 15 sind die Schätzwerte der 4 Mooswald-Stichproben aufgeführt. Zwei Werte entsprechen fast dem wahren Wert, die beiden anderen zeigen positive Abweichungen. Eine Überprüfung der einzelnen Probenpunkte erbringt als Ursache dieser Abweichungen die an anderer Stelle besprochene Überlagerung der Standflächen mehrerer Bestandesindividuen. Bei der Stichprobe mit Umfang $N = 80$ ist die Gesamtabweichung auf einen einzigen Probenpunkt mit extremer Standflächenüberlagerung zurückzuführen. Wird der Einzelwert dieses Punktes nicht berücksichtigt, dann sinken der Repräsentationsfehler von $+ 3,1$ auf $- 0,6\%$ und der Variationskoeffizient $c_{n/ha}\%$ von $61,72$ auf $44,06\%$. - Der hohe Repräsentationsfehler einer Teilstichprobe mit Umfang $N = 20$ beruht ebenfalls auf der Einbeziehung dieses Probenpunktes.

Aus den Ergebnissen ist zu schließen, daß mit dem arithmetischen Mittel ziemlich genaue Schätzwerte zu erzielen sind. Voraussetzung ist allerdings eine sorgfältige Stichprobendurchführung, besonders in inhomogenen Beständen.

8. Baumartenanteile

Die sich aus der Vollaufnahme des Mooswald- Bestandes ergebenden Baumartenanteile bezüglich Grundfläche und Stammzahl sind in Übersicht 17 wiedergegeben. Von besonderem Interesse sind die flächenbezogenen Parameter.

Vergleicht man damit die hektarbezogenen Werte aus der Stichprobe mit Umfang $N = 80$ (Übersicht 18), läßt sich eine deutliche Überlegenheit des arithmetischen Mittels gegenüber dem gewogenen Mittel feststellen. Am auffälligsten ist diese bei der am zweithäufigsten vertretenen Baumart Esche sowie bei Hainbuche und sonstigem

Übersicht 17

Mooswald
Vollaufnahme

Grundfläche, Mitteldurchmesser u. Stammzahl nach Baumarten

Baumart	$\Sigma g(m^2)$	$\Sigma g\%$	G/ha	d_m	N	N%	N/ha
Ahorn	20,5190	47,6	9,12	32,5	248	37,0	110
Esche	11,7516	27,3	5,23	28,4	186	27,8	83
Eiche	7,2062	16,7	3,20	43,7	48	7,2	21
Robinie	1,4229	3,3	0,63	19,6	47	7,0	21
Hainbuche	1,0799	2,5	0,48	13,7	73	10,9	33
sonst. Lb.	1,1292	2,6	0,50	14,5	68	10,1	30
insg.	43,1088	100	19,16	28,6	670	100	298

Übersicht 18

Mooswald
SEBAST, 80 Aufnahmeeinheiten

Grundfläche, Mitteldurchmesser u. Stammzahl nach Baumarten

Baumart	$\Sigma g(m^2)$	$\Sigma g\%$	G/ha		d_m	N	N%	N/ha	
			gew.	ar.				gew.	ar.
Ahorn	16,4681	53,9	9,95	9,95	33,7	184,5	41,9	111,5	121,9
Esche	7,2352	23,7	4,37	5,13	28,4	114,5	26,0	69,2	82,0
Eiche	4,7501	15,5	2,87	2,85	45,3	29,5	6,7	17,8	25,2
Robinie	0,9509	3,1	0,58	0,75	19,9	30,5	6,9	18,5	24,5
Hainbuche	0,5703	1,9	0,34	0,45	13,2	41,5	9,4	25,1	36,4
sonst. Lb.	0,5776	1,9	0,35	0,45	13,6	39,5	9,0	23,9	31,0
insg.	30,5522	100	18,46	19,58	29,7	440	100	266	321

Σg = Summe der Grundflächen
 $g\%$ = prozentualer Grundflächenwert
G/ha = Grundfläche je ha (gew. = gewogene; ar. = arithmetische
 d_m = mittlerer Stammdurchmesser Mittelung)
N = Stammzahl
N% = prozentualer Stammzahlanteil
N/ha = Stammzahl/ha

Übersicht 19

Mooswald

SEBAST, 20 Aufnahmeeeinheiten

Grundfläche, Mitteldurchmesser u. Stammzahl nach Baumarten

Stichprobe 1

Baumart	$\Sigma g(m^2)$	$\Sigma g\%$	G/ha		d_m	N	N%	N/ha	
			gew.	ar.				gew.	ar.
Ahorn	5,0126	67,2	11,64	11,87	34,2	54,5	49,6	126,6	148,1
Esche	1,3173	17,6	3,06	4,01	27,9	21,5	19,5	49,9	57,8
Eiche	0,6441	8,6	1,50	1,19	30,2	9	8,2	22,1	20,8
Robinie	0,2895	3,9	0,67	0,99	18,7	10,5	9,5	24,4	35,4
Hainbuche	0,1278	1,7	0,30	0,38	13,8	8,5	7,7	19,7	33,2
sonst.Lb.	0,0739	1,0	0,17	0,24	12,5	6	5,5	13,9	22,1
insg.	7,4652	100	17,34	18,68	29,4	100	100	256,6	317,4

Stichprobe 2

Baumart	$\Sigma g(m^2)$	$\Sigma g\%$	G/ha		d_m	N	N%	N/ha	
			gew.	ar.				gew.	ar.
Ahorn	3,2566	43,7	8,21	8,40	34,9	34	30,9	85,7	89,9
Esche	2,6372	35,4	6,65	8,17	29,2	39,5	35,9	99,6	119,2
Eiche	0,9260	12,4	2,33	2,61	39,6	7,5	6,8	18,9	49,2
Robinie	0,3557	4,8	0,90	1,10	20,8	10,5	9,6	26,5	31,9
Hainbuche	0,1754	2,4	0,44	0,66	14,9	10	9,1	25,2	41,9
sonst.Lb.	0,0942	1,3	0,24	0,27	11,9	8,5	7,7	21,4	25,3
insg.	7,4451	100	18,77	21,21	29,4	110	100	277,3	357,4

Übersicht 19

(Fortsetzung)

Stichprobe 3

Baumart	$\Sigma g(m^2)$	$\Sigma g\%$	G/ha		d_m	N	N%	N/ha	
			gew.	ar.				gew.	ar.
Ahorn	4,0229	48,1	9,86	10,07	32,5	48,5	44,1	118,9	124,4
Esche	1,0795	20,1	4,12	4,33	29,0	25,5	23,2	62,5	69,3
Eiche	2,2072	26,4	5,41	5,07	59,3	8	7,3	19,6	18,0
Robinie	0,1299	1,5	0,32	0,36	19,2	4,5	4,1	11,0	13,9
Hainbuche	0,1323	1,6	0,32	0,49	11,4	13	11,8	31,9	47,9
sonst.Lb.	0,1956	2,3	0,48	0,76	15,4	10,5	9,5	25,7	41,1
insg.	8,3674	100	20,51	21,08	31,1	110	100	269,6	314,6

Stichprobe 4

Baumart	$\Sigma g(m^2)$	$\Sigma g\%$	G/ha		d_m	N	N%	N/ha	
			gew.	ar.				gew.	ar.
Ahorn	4,1760	57,4	9,95	9,45	33,5	47,5	43,2	113,2	152,2
Esche	1,6011	22,0	3,82	3,99	27,0	28	25,5	66,7	81,6
Eiche	0,9727	13,4	2,32	2,55	49,8	5	4,5	11,9	12,9
Robinie	0,1758	2,4	0,42	0,56	21,2	5	4,5	11,9	16,7
Hainbuche	0,1348	1,9	0,32	0,28	13,1	10	9,1	23,8	22,8
sonst.Lb.	0,2139	2,9	0,51	0,52	13,7	14,5	13,2	34,6	35,5
insg.	7,2743	100	17,34	17,35	29,0	110	100	262,1	294,7

g = Summe der Grundflächen

$g\%$ = prozentualer Grundflächenwert

G/ha = Grundfläche/ha (gew. = gewogene
ar. = arithmetische Mittelung)

d_m = mittlerer Stammdurchmesser

N = Stammzahl

N% = prozentualer Stammzahlanteil

N/ha = Stammzahl/ha

Laubholz. Die entsprechenden Abweichungen vom "wahren Wert" betragen beim gewogenen Mittel -16,4%, -29,2% und -30%, beim arithmetischen Mittel -1,9%, -6,25% und -10%. Lediglich auf G/ha von Eiche und Robinie sowie N/ha von Ahorn trifft die Überlegenheit des arithmetischen Mittels nicht zu. - Berücksichtigt man beim arithmetischen Mittel den systematischen Fehler von +3,6%, dann läßt sich in den meisten Fällen eine Werteverbesserung erzielen.

Die Überlegenheit des arithmetischen Mittels ist darauf zurückzuführen, daß baumartenspezifische Probekreisgrößen berücksichtigt werden. Hainbuche und sonstiges Laubholz z.B. sind im Mooswald-Bestand vorwiegend gruppen- und horstweise anzutreffen. Da es sich hierbei zugleich um junge Bestandesindividuen handelt, fallen Probekreise in solchen Bestandesteilen relativ klein aus. Die daraus resultierenden n_i/ha -Werte sind dementsprechend relativ hoch. Beim arithmetischen Mittel werden somit die Baumartenanteile der einzelnen Probekreise berücksichtigt.

Das gewogene Mittel ergibt sich dagegen aus der gleichmäßigen Verteilung hoher und niedriger n_i/ha -Werte auf alle Baumarten des Bestandes. Die niedrigeren Stammzahlwerte von Hainbuche und sonstigem Laubholz lassen sich auf diese Weise erklären.

In Übersicht 19 ist die untersuchte Stichprobe in 4 Teilstichproben zu je 20 Aufnahmeeinheiten zerlegt. Die Baumartenanteile beider Mittelwerte weisen hohe Abweichungen auf (vgl. auch Übersicht 13). Eine Überlegenheit des gewogenen Mittels wie im Falle der Bestandesgrundfläche ist offensichtlich nicht mehr festzustellen.

9. Repräsentationsfehler

Im Rahmen dieser Arbeit soll nur auf den Repräsentationsfehler des arithmetischen Mittels eingegangen werden.

Der Repräsentationsfehler $m_G\%$ berechnet sich aus dem Variationskoeffizienten $c_{g/ha}\%$ nach der Formel:

$$m_G\% = \frac{t \cdot c_{g/ha}\%}{N} \sqrt{\frac{F - f}{F}}$$

wobei

- N = Umfang der Stichprobe
- $c_{g/ha}\%$ = Variationskoeffizient von G/ha_{ar}
- t = Sicherheitsfaktor
- F = Bestandesfläche
- f = Summe der Probekreisflächen

In Übersicht 20 sind die Variationskoeffizienten verschiedener Stichprobennahmen im Forstbezirk Bonndorf aufgeführt. Danach bewegt sich der größte Teil der Werte in einem Rahmen zwischen etwa 25 und 45%. Dieser Rahmen liegt etwas höher als der von SCHÖPFER für den MOSAIKWALD berechnete; der Grund dafür dürfte im meist relativ niedrigen Stichprobenumfang liegen.

In Abb.29 sind die Variationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Stammzahl/ha aufgetragen. Daraus ist zu entnehmen, daß $c_{g/ha}\%$ mit zunehmender Stammzahl leicht ansteigt. Es besteht offensichtlich eine Parallele zum systematischen Grundflächenfehler $\Delta\%$.

Durch Umformung obiger Formel läßt sich der Stichprobenumfang für einen vorgegebenen Repräsentationsfehler berechnen:

$$\text{Es ist} \quad N = \frac{c_{g/ha}^2\% \cdot t^2}{m_G^2\%} \cdot \frac{F - f}{F}$$

Übersicht 20

Variationskoeffizienten von Probekreisfläche,
Stammzahl/ha und Grundfläche/ha verschiedener
Stichprobennahmen im Staatswald Bonndorf

Bestand			N	N/ha	c _f %	c _n /ha%	c _g /ha%
Abt.	A'kl	St'E					
1	IV	3	19	812	57,45	61,39	42,96
1	IV	4	68	1002	38,56	39,80	35,79
1	IV	4	33	931	36,69	37,82	32,98
1	IV	4	17	1084	40,44	38,66	37,38
1	IV	43	26	938	31,19	34,23	29,66
1	IV	43	15	841	27,82	29,76	32,48
1	IV	3	35	877	52,07	52,88	41,40
15	III	50	30	1416	35,26	34,95	42,45
23	III	212	27	1206	35,13	39,94	36,33
23	III	212	27	1116	46,78	44,43	39,22
23	IV	212	28	768	50,08	47,93	39,61
32	III	111	15	1429	45,17	42,16	37,40
33	IV	111	20	993	47,96	50,29	41,93
33	VI	211	30	418	54,00	54,08	45,74
37	VI	212	39	338	34,97	34,65	37,51
39	IV	2	18	1119	38,45	45,48	40,97
39	V	2	17	641	40,65	35,53	31,73
40	V	43	24	532	80,69	64,31	57,78
41	III	2	25	1837	50,05	50,08	34,34
41	III	4	18	1803	42,25	45,13	37,50
42	III	2	27	1819	34,69	39,58	32,76
46	IV	112	18	1250	37,51	37,43	28,71
46	IV	212	39	947	43,13	36,90	34,51
54	V	4	21	967	42,72	43,11	51,65
54	V	42	17	818	55,30	47,46	60,98
54	VII	4	17	379	45,60	52,35	29,41
56	VII	4	22	275	38,03	38,94	31,78
56	VII	50	30	306	48,04	51,42	33,39

Bestand			N	N/ha	$c_f\%$	$c_n/ha\%$	$c_g/ha\%$
Abt.	A'kl	St'E					
81	IV	111	17	1266	37,85	42,63	45,77
81	IV	111	40	1481	49,57	50,98	34,01
81	IV	211	25	1002	45,09	46,11	37,91
97	V	2	40	546	30,01	30,49	30,27
97	V	53	41	459	39,27	38,77	33,04
99	VI	4	66	505	37,63	38,70	34,88
99	VI	4	20	611	41,94	38,00	40,31
100	IV	4	67	857	41,87	41,48	33,14
100	III	4	23	1501	41,47	40,54	29,27
100	III	50	56	1158	41,53	41,51	42,20
104	IV	50	36	927	40,02	41,02	34,61
104	V	50	18	842	25,94	27,26	27,02
105	III	50	26	1142	45,60	43,10	37,47
105	III	50	26	1084	45,43	45,61	47,26
115	IV	2	49	996	33,17	33,71	27,66
113	IV	212	15	866	45,00	44,55	43,65
113	IV	4	16	1023	40,57	43,60	28,92
113	IV	44	16	929	25,09	25,90	38,26

A'kl = Altersklasse

St'E = Standortseinheit (Schlüsselzahlen siehe Übersicht 23)

N = Stichprobenumfang

N/ha = Stammzahl/ha

$c_f\%$ = Variationskoeffizient der Probekreisfläche

$c_n/ha\%$ = " " Stammzahl/ha

$c_g/ha\%$ = " " Grundfläche/ha

Abb. 29 Zusammenhang zwischen dem Variationskoeffizienten $c_g/\text{ha} \%$ und der Stammzahl/ha



Geht man davon aus, daß

$$t = 2 \quad (\text{Irrtumswahrscheinlichkeit} < 5\%)$$

$$m_G\% < 5\%$$

$$\frac{F - f}{F} \approx 1$$

dann ergibt sich für die günstigsten Werte der angegebenen Variationskoeffizienten ($c_{g/ha}\% = 25\%$) ein Stichprobenumfang von 100. Für die obere Grenze des Rahmens ($c_{g/ha}\% = 45\%$) sind 324 Proben erforderlich. - Aus diesen Zahlen läßt sich die Bedeutung der Stratifizierung für die SEBAST ableiten.

SCHÖPFER hat den erforderlichen Stichprobenumfang je ha in Abhängigkeit von der Bestandesfläche und der Stammzahl/ha bestimmt. Danach sind für einen 20 ha großen Bestand im Mittel noch 8 Proben/ha erforderlich.

10. Stichprobennahmen in künstlichen Pflanzverbänden

In diesem Abschnitt soll geprüft werden, in welchem Ausmaß sich künstliche Pflanzverbände auf die Genauigkeit der SEBAST sowie anderer Mehrbaum- Stichprobenverfahren und damit deren praktische Anwendungsmöglichkeiten auswirken. Anhand modellhafter Darstellungen werden die in der Praxis gängigen Pflanzverbände wie Quadratverband, Rechteckverband und Dreieckverband untersucht und wahrscheinlichkeitstheoretische Überlegungen angestellt.

10.1 Der Quadratverband

Die verwendeten wahrscheinlichkeitstheoretischen Modelle sind am Beispiel des Stichprobenverfahrens mit der niedrigsten Abstandsklasse am einfachsten zu verstehen. Daher wird zunächst der systematische Fehler der Ein-Baum-Stichprobe im Quadratverband berechnet.

Anschließend folgen Fehlerberechnungen bei verschiedenen Mehrbaum-Stichprobenverfahren. Besonderes Interesse gilt dabei der SEBAST.

Die ermittelten Fehler beziehen sich alle auf das gewogene Mittel der Bestandesgrundfläche.

10.11 Die Ein-Baum-Stichprobe

In Abb.30 ist eine aus 4 beieinanderliegenden Bäumen gebildete Quadratfläche als Element eines Quadratverbands dargestellt. Zur Ermittlung der Fehlerwahrscheinlichkeit genügt es, wenn nur der achte Teil dieser Fläche berücksichtigt wird, da sich ein Quadrat in 8 kongruente, gleichschenklige Dreiecke mit gleichen wahrscheinlichkeitstheoretischen Gegebenheiten zerlegen läßt. Um ein möglichst dichtes Netz von theoretisch möglichen Probekreismitelpunkten zu erhalten, sind auf der gesamten Dreiecksfläche 66 Punkte in regelmäßigen Abständen fixiert. Da nicht alle Punkte eine gleichgroße Fläche repräsentieren, gehen bei ausschließlicher Betrachtung einer Dreiecksfläche die Punkte innerhalb des Dreiecks mit vollem Gewicht, die Punkte am Rand der Fläche dagegen nur zur Hälfte und die Eckpunkte mit dem vierten bzw. achten Teil in die wahrscheinlichkeitstheoretische Berechnung ein. Die Summe der auf diese Weise gewogenen Punkte ergibt genau 50.

Für alle 66 Probekreismitelpunkte ist Baum 1 der am nächsten gelegene. Aus den Abständen zu diesem Baum läßt sich die gewogene Summe der Probekreisflächen berechnen.

Für die Quadrate des Pflanzverbands wurde aus rechnerischen Gründen die Maßzahl 1 als Seitenlänge gewählt. Damit beträgt die Maßzahl einer geometrischen Standfläche ebenfalls 1.

Die Summe der Probekreisflächen beläuft sich auf 26,31, die der Standflächen dagegen nur auf 25, womit sich eine Abweichung von + 5,24% ergibt. Daraus folgt, daß das ge-

wogene Grundflächenmittel mit einem systematischen Fehler von - 4,92% behaftet ist.

10.12 Die Sechs-Baum-Stichprobe

Mit höherer Abstandsklasse tritt der Fall ein, daß für die oben erwähnten Probekreismittelpunkte verschiedene Bäume der Umgebung als probekreisrelevante Individuen in Frage kommen. - In Abb.31. ist die Modellanordnung für die SEBAST als interessanteste Stichprobenvariante dargestellt. Die Bäume 1, 2, 3 und 4 tauchen zwar in jedem theoretisch möglichen Probekreis auf, kommen aber nie als "6.Baum" in Frage. Die Bäume 5, 6 und 7 werden nur bei einem Teil der Probekreise berücksichtigt, treten dafür aber als fakultative "6.Bäume" in Erscheinung.

Die Summe aller Probekreisflächen weist eine Abweichung von - 1,67% gegenüber der Standflächensumme aller durch Probekreise erfaßten Bäume auf. Daraus ergibt sich ein systematischer Fehler der Bestandesgrundfläche von + 1,70%.

10.13 Andere Mehrbaum- Stichproben

In Abb.32 sind die Modellanordnungen für die Stichprobenverfahren der Abstandsklassen 2 bis 5 dargestellt.

Die Berechnung der Probekreis- und Standflächensummen erfolgte wie bei den vorhergehenden Verfahren.

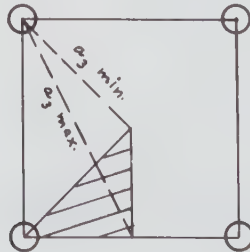
In Übersicht 21 ist der systematische Fehler aller untersuchten Stichprobenvarianten wiedergegeben. Es zeigt sich, daß dieser relativ großen Schwankungen unterworfen ist, welche bei der Fünf-Baum-Stichprobe einen Höhepunkt erreichen. Auffällig ist der ziemlich geringe Fehler von -1,67% bzw. +1,70% der Sechs-Baum-Stichprobe.

Übersicht 21

Systematischer Fehler der Stich-
probenverfahren im Quadratverband

		Abweichungsprozente der	
		Probekreisflächen	Grundflächen/ha
6-Baum-St.		- 1,67	+ 1,70
5	" "	+ 8,70	- 8,00
4	" "	- 5,39	+ 5,70
3	" "	+ 5,55	- 5,26
2	" "	+ 4,73	- 4,51
1	" "	+ 5,24	- 4,92

HAUSBURG untersuchte verschiedene geometrische Pflanzverbände hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf Baumabstände. Daneben führte er auch Bestandsaufnahmen nach dem sog. "Punkteverfahren" durch, wobei dem "3.Baum" das besondere Interesse galt: Für den Quadratverband (2×2) wurde der größte und kleinste Abstand von einem zufällig gewählten Punkt zum drittnächsten Baum ermittelt. Diese Abstände betragen, wie aus nachstehender Skizze ersichtlich, $\sqrt{5}$ bzw. $\sqrt{2}$. Bei Unterstellung, daß der Mittelwert einer hohen Anzahl Abstände dem arithmetischen Mittel dieser beiden Extremwerte entspricht, ergibt sich als sog. " a_{3p} " der Wert 1,825.



Ein mittlerer Probekreis hat nach dieser Überlegung eine Fläche von 10,4635; die Standfläche eines Baumes 10,0. Die Probekreise weichen somit um + 4,64% ab. Die eigenen Berechnungen ergeben dagegen eine mittlere Abweichung von + 5,55%.

Aus obiger Skizze ist zu entnehmen, daß das arithmetische Mittel der Extremwerte nicht exakt dem wahrscheinlichkeitstheoretisch mittleren Abstand entspricht.

10.2 Der Dreieckverband

Die modellhafte Berechnung des systematischen Fehlers wurde nur für die SEBAST durchgeführt. In Abb.33 ist die Modellanordnung für einen Verband aus gleichseitigen Dreiecken wiedergegeben. Hierbei wird zur Vereinfachung der Berechnung die Maßzahl 1 als Länge einer Dreieckseite angesetzt; die geometrische Standfläche eines Baumes beträgt somit 0,866. In gleicher Weise wie in Abschnitt 10.11 wird nur der wahrscheinlichkeitstheoretisch relevante Bereich innerhalb des zugrundegelegten Pflanzverbands - hier allerdings nur mit 36 Meßpunkten belegt - betrachtet.

Der Vergleich der berechneten Probekreis- und Standflächensummen ergibt eine Abweichung von + 2,13% zugunsten der Probekreise. Für die Grundfläche bedeutet dies umgekehrt einen Fehler von - 2,09%.

Damit liegt der systematische Fehler geringfügig höher als beim Quadratverband.

10.3 Der Rechteckverband

10.31 Die Sechs-Baum-Stichprobe

Untersucht wird ein Verband, dessen Rechteckseiten im Verhältnis 1,5 : 2 stehen. - Die Berechnungen sind er-

heblich schwieriger als beim Quadratverband, da ein Viertel der Rechteckfläche in die Untersuchung einbezogen werden muß, andererseits die Anzahl der als "6.Bäume" in Frage kommenden Individuen höher ist. Insgesamt werden 121 Probenpunkte ausgewertet.

Die Modellanordnung ist aus Abb.34 ersichtlich. Die Abweichung der Probekreisflächen beträgt - 1,14%; die Grundfläche ist demnach mit einem Fehler von + 1,15% behaftet. Die Werte liegen also unter denen des Dreieck- und Quadratverbandes.

Interessant ist ein Vergleich dieser Ergebnisse mit simulierten Stichproben in der kartierten Versuchsfäche 1^{II} Fichte des Forstamts Bonndorf. Auf dieser Fläche mit einer Stammzahl von 903/ha wurde zunächst eine Stichprobe mit 74 zufällig verteilten Probenpunkten durchgeführt. Dabei zeigte sich, daß die Probekreisflächen insgesamt eine Abweichung von - 2,08% gegenüber den nach der BROWN'schen Polygonmethode ermittelten Standflächen aufweisen. Auf die Grundfläche übertragen, bedeutet dies eine Abweichung von + 2,12%. Die Werte differieren nur wenig von den obigen Modellergebnissen.

Verteilt man die Probenpunkte systematisch parallel zu den Pflanzreihen, tritt eine Abweichung von + 7,23% seitens der Probekreisflächen auf (N = 36). Der hohe Fehler verschwindet jedoch fast völlig, wenn das Stichprobenraster in einem Winkel von 45° zu den Pflanzreihen gelegt wird. Die Abweichung der Probekreisflächen beträgt in diesem Fall nur - 0,64% (bei N = 36) und stimmt fast mit dem Modellergebnis überein. Die in Abb.34 schraffiert gezeichneten Wahrscheinlichkeitspolygone werden demnach wesentlich wirkungsvoller erfaßt.

Daraus wird ersichtlich, daß die Lage des Stichprobenrasters für die Genauigkeit der Stichprobe bedeutsam ist.

10.32 Die Drei-Baum-Stichprobe (Verband 1,5 x 2)

Das in Abb.35 dargestellte Modell wird an dieser Stelle insofern besprochen, als es geeignet ist, das schon von HAUSBURG behandelte Problem der Auflösung geometrischer Pflanzverbände zu beleuchten. HAUSBURG entnimmt in seinem Modell die Bäume gleichmäßig aus Quadranten nach Zufallszahlen, um eine möglichst praxisnahe Durchforstung zu simulieren. Dabei wird für den Abstand zum 3.Baum beim "Baumverfahren" im Fall einer Entnahme von 22,2% der Individuen nahezu eine Übereinstimmung mit dem Wert natürlicher Bestände erzielt.

Ein entsprechender Vergleich mit natürlichen Verhältnissen wurde für das "Punkteverfahren" anhand der oben erwähnten Vfl. 1^{II} Fichte des Forstamts Bonndorf durchgeführt.

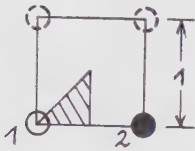
Die modellhaft berechnete Abweichung der Probekreisflächen von den Standflächen beträgt + 10,41%. Eine Stichprobe mit Umfang N = 78 in Vfl. Bonndorf ergibt dagegen nur noch einen Fehler von + 5,5%.

Damit bestätigt sich auch für das "Punkteverfahren", daß sich ein künstlicher Pflanzverband mit zunehmendem Bestandesalter in Richtung einer zufälligen Verteilung der Einzelbäume auflöst.

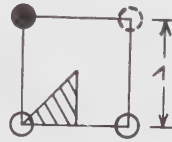
Obige Untersuchungen zeigen, daß die SEBASt hinsichtlich der Genauigkeit den Verfahren mit niedrigerer Abstandsklasse deutlich überlegen ist und sich somit auch für künstlich begründete Waldbestände eignet. Der modellhaft errechnete systematische Fehler besitzt - vor allem bei dem in der Praxis häufigen Rechteckverband - eine solch geringe Größenordnung, daß er im Regelfall vernachlässigt werden kann. Dies um so mehr, als sich geometrische Pflanzverbände im Laufe der Zeit aufzulösen beginnen. Dadurch wird das Vorhaben, systematische Fehler

Abb.32 Modelle für die Stichprobenverfahren mit den Abstandsklassen zwei bis fünf

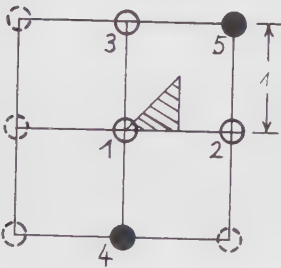
2-Baum-Stichprobe



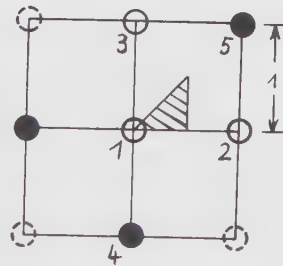
3-Baum-Stichprobe



4-Baum-Stichprobe



5-Baum-Stichprobe



= Wahrscheinlichkeitspolygon



= Baum ist in jedem Probekreis vertreten



= Baum ist nur in einem Teil der Probekreise vertreten und (teilweise) Baum mit größtem Abstand



= Baum bleibt unberücksichtigt

Abb.33

Dreieckverband
Modellanordnung der Sechs-Baum-Stichprobe

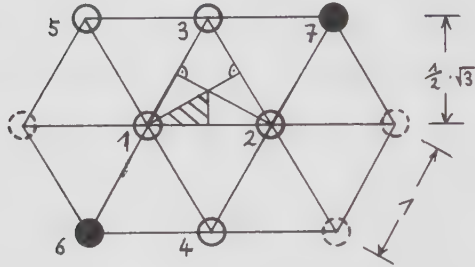


Abb.34

Rechteckverband
Modellanordnung der Sechs-Baum-Stichprobe

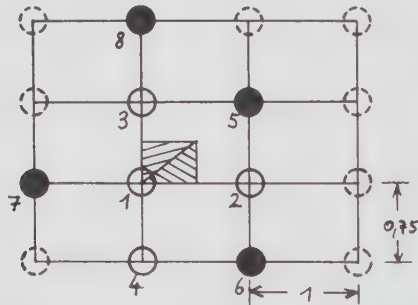
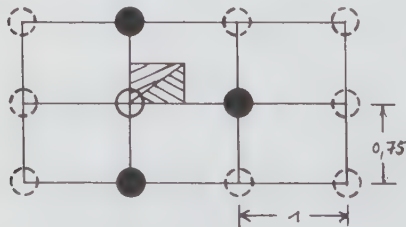


Abb.35

Rechteckverband
Modellanordnung der Drei-Baum-Stichprobe



Erläuterungen siehe Abb.32

durch Korrekturfaktoren eliminieren zu wollen, ganz erheblich erschwert. So müßte der Grad der Verbandsauflösung anhand der Kennziffer "Stammzahl/ha" für jeden Bestand ermittelt werden, was in dieser Arbeit nicht untersucht wird.

11. Auswertung von Standortskarten

Mit Punktstichproben werden innerhalb einer Aufnahmeeinheit nur wenige Bäume erfaßt. Punktstichprobenverfahren sind daher zur Abschätzung der Standortsvariation in einem Bestand geeignet (STÖHR).

Die SEBASt hat den Vorzug, daß einerseits die Probekreise von relativ kleinem Umfang sind, andererseits durch den geringen Zeitaufwand je Stichprobenmessung eine Vielzahl von Stichproben auf kleiner Fläche ermöglicht wird. Eine Auswertung von Standortskarten hinsichtlich der Wuchsleistung von Beständen durch die SEBASt bietet sich daher an.

Im Jahre 1971 wurde mit dem Versuch begonnen, die Standortskarte des Forstbezirks Bonndorf durch Anwendung der SEBASt partiell auszuwerten. Diese Karte war im Jahre 1967 nach dem in Baden-Württemberg entwickelten Verfahren für den Staats-² und Körperschaftswald gefertigt worden.

Die Untersuchungen haben in erster Linie methodischen Charakter und sollen im Folgenden kurz beschrieben werden.

11.1 Datenerhebung

Die Außenaufnahmen wurden im Jahre 1971 im Zuge des für das Forstamt Bonndorf neu zu erstellenden Forsteinrichtungswerks durchgeführt. Sie schlossen sich an die Zustandserfassung an und ergänzten diese teilweise. Insgesamt wurden ca. 300 ha Waldfläche mit 2 300 Pro-

benpunkten aufgenommen. Die Stichproben konzentrierten sich insbesondere auf 2 Bereiche:

- a) Bereich der sandigen und vielfach vernähten Plateaulagen
- b) Bereich der Urgesteinshänge.

Die am häufigsten vertretene Baumart ist die Fichte, welche oft mit Tanne und etwas Kiefer gemischt ist; in den Hanglagen gewinnt die Buche an Bedeutung. Vor Beginn der Außenaufnahmen wurden die Stichprobenpunkte auf neugefertigten Bestandeskarten (Altersklassenkarten) rasterförmig lokalisiert, wodurch unter weiterer Hinzuziehung der Standortskarte eine Stratifizierung bis auf die Bestandestypen möglich war. Letztere wurden erst bei den Außenaufnahmen selbst an Ort und Stelle bestimmt.

Die Stichprobenmessungen erfolgten i.a. in einem Abstand von 32 m in der III. und IV. Altersklasse, ansonsten in einem Abstand von 40 m, was einer Stichprobendichte von ca. 9 bzw. 6 pro ha entspricht. Die Messungen wurden zu zweit durchgeführt, wobei die einzelnen Stichprobenpunkte mit Hilfe von Kompaß und Schrittmaß aufgesucht wurden. Die Brusthöhendurchmesser wurden durch kreuzweise Kluppung ermittelt und auf cm genau auf- bzw. abgerundet. Der Abstand vom jeweiligen Probekreismittelpunkt zum 6. Baum wurde auf 5 cm genau gemessen.

Die Höhenmessungen erfolgten mit dem Höhenmesser BLUME-LEISS. An jedem Aufnahmepunkt wurde die Höhe des 5. Baumes ermittelt.

11.2 Datenauswertung

Durch die Kombination von Standorts- und Bestandeskarten ergeben sich sehr viele Einzelflächen. So gliedern sich in einer Abteilung die Unterflächen verschiedenen Alters noch zusätzlich in Bestände gleichen Alters mit

verschiedenen Bestandestypen und Standortseinheiten. Aufgrund dieses Einteilungsschemas zerfällt jede Abteilung in sehr viele (10 - 30) Teilgesamtheiten. - Ziel der Untersuchungen war, den Einfluß der Standortseinheiten auf die Massenleistung von Rein- und Mischbeständen zu ermitteln. Eine exakte ertragskundlich-standörtliche Auswertung (MOOSMAYER) war nicht möglich, da sich die Gesamtwuchsleistung der Bestände aus dem zur Verfügung stehenden Datenmaterial nicht bestimmen läßt.

Die Auswertung der Daten erfolgte mit Rechenprogrammen, die im Rahmen der theoretischen Untersuchungen der SE-BAST entwickelt worden sind. Überwiegend wurde die IBM-7040- Rechenanlage des Rechenzentrums der Universität Freiburg i.Br. herangezogen.

Zunächst wurden die Grundflächenwerte für die einzelnen Strata jeder Abteilung berechnet. Als Schätzfunktion diente dabei das gewogene Mittel. In Übersicht 22 ist als Beispiel die stratifizierte Abteilung 104 angeführt.

Übersicht 22 Grundflächenwerte für die nach Alters-
klasse, Standortseinheit und Bestandes-
typ stratifizierte Abteilung 104

Alters- klasse	Standorts- einheit	Bestandes- typ	G/ha	d _m	N
IV	schlecht was- serzügige Misse	Fi-Ta	37,3	24,6	4
		Fi-Ta-Fo	35,3	21,0	17
		Fi-Fo	31,9	21,8	11
		Fi	33,9	20,0	3
	tongründiger sandiger Lehm	Fi-Ta-Fo	27,0	20,9	1
V	sandiger Lehm	Fi-Ta	49,0	31,8	1
		Fi-Ta-Fo	54,2	27,9	5
	schlecht was- serzügige Misse	Fi-Ta	36,2	27,3	2
		Fi-Ta-Fo	41,2	24,7	15
VI	sandiger Lehm	Fi	47,4	25,7	2
		Fi-Ta	37,1	34,0	3
	schlecht was- serzügige Misse	Fi-Ta	39,3	36,3	4

Aus den gemessenen Höhen wurden für die Baumarten Fichte, Tanne, Kiefer und Buche Höhenkurven erstellt, woraus sich die Mittelhöhen für die Grundflächenmittelstämme der einzelnen Strata bestimmen ließen. Damit wiederum konnten die für die Massenermittlung erforderlichen Reduktionsfaktoren der Grundreihe 100 aus den forstlichen Hilfstabellen entnommen werden. Für jede Teilgesamtheit wurde der durchschnittliche Vorrat/ha berechnet.

Aus diesen Werten lassen sich für einzelne Bestandestypen Massenkurven erstellen. In Abb.36 sind die Einzelwerte getrennt nach Standortseinheiten (Schlüsselzahlen siehe Übersicht 23) für den Bestandestyp Fichte (Grundflächenanteil $> 80\%$) in Abhängigkeit vom BHD des Grundflächenmittelstamms aufgetragen. Die Werte entsprechen dem Oberen KRENN'schen Tarif. Bei der Beurteilung der Werte ist die zurückhaltende Durchforstung der Bestände zu berücksichtigen. Die Beziehung ist bei niedrigen Durchmessern ziemlich eng und wird bei hohen Durchmessern loser. Der Grund hierfür liegt in der Verlichtung verschiedener älterer Bestände. Ein Einfluß der Standortseinheiten läßt sich aufgrund des zu geringen Datenumfangs nicht bestimmen.

Trägt man die Einzelwerte in Abhängigkeit vom Alter auf, dann wird der Einfluß des Standorts global sichtbar, wie aus Abb.37 abgelesen werden kann: Die frischen Varianten der Urgesteinsböden zeigen die größte Massenleistung, der sandige Lehm liegt etwa in der Mitte; die schlecht wasserzügige Misse schließlich befindet sich am unteren Rand der Punkteschar. - Die Alterswerte basieren auf Angaben des Forsteinrichtungswerks und Jahrringzählungen.

Sämtliche Rechenunterlagen der vorstehend beschriebenen Untersuchungen befinden sich beim Institut für Ertragskunde Abt. Biometrie.

Abb. 36 Forstbezirk BONNDORF

Holzvorrat von Fichtenbeständen in Abhängigkeit
von Durchmesser und Standort

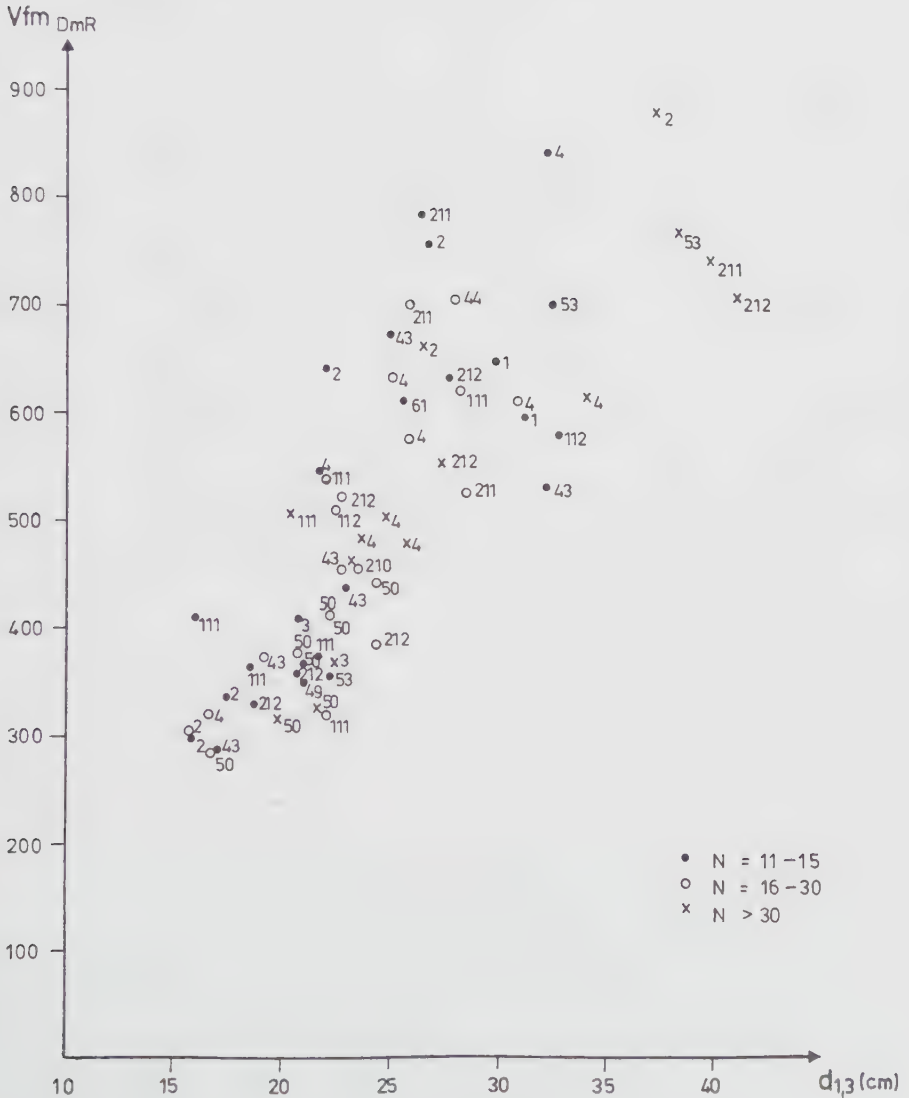
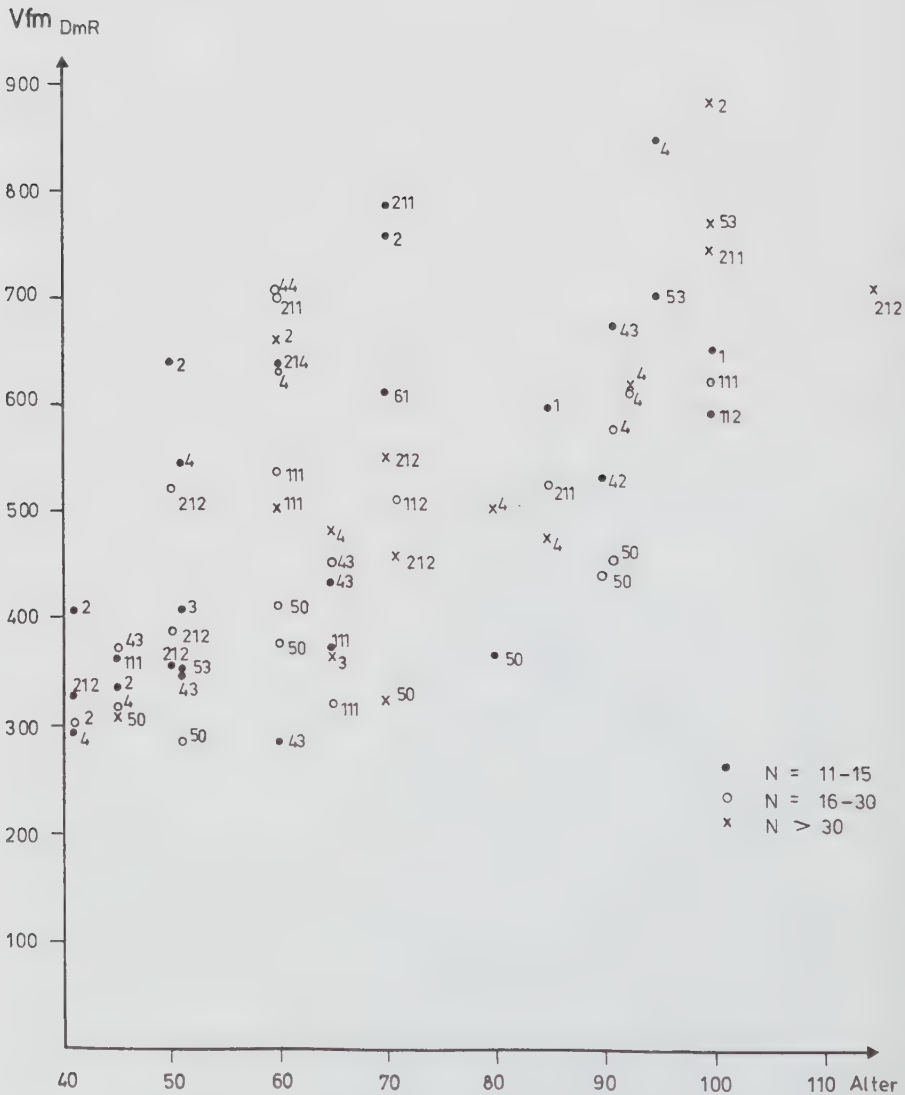


Abb. 37 Forstbezirk BONNDORF

Holzvorrat von Fichtenbeständen in Abhängigkeit
von Alter und Standort



Übersicht 23

Zahlenschlüssel der ausgewerteten Standorts-
einheiten

1	mäßig frischer Urgesteinsboden
111	mäßig trockener Urgesteins-Sommerhang
112	mäßig frischer Urgesteins-Winterhang
2	frischer Urgesteinsboden
211	mäßig frischer Urgesteins-Sommerhang
212	frischer Urgesteins-Winterhang
3	blockreicher Sand
4	sandiger Lehm
43	vernässender sandiger Lehm
44	tongründiger sandiger Lehm
50	schlecht wasserzügige Misse
53	gut wasserzügige Misse
61	mäßig frischer Tonhang

12. Zusammenfassung

In der Arbeit wurde zunächst das SEBAST- Verfahren wahrscheinlichkeits-theoretisch untersucht. Es wurde festgestellt, daß sich auf geometrischem Weg für beliebige Baumkonstellationen aus 6 beieinanderliegenden Individuen Wahrscheinlichkeitspolygone bestimmen lassen, deren Flächengröße von der jeweiligen Stammdichte abhängig ist. Lichtere Bestandesteile besitzen demnach eine größere Wahrscheinlichkeit, bei einer Stichprobennahme berücksichtigt zu werden. Aus dieser Überlegung heraus erübrigt sich eine zusätzliche Wiegung der Einzelwerte g_i /ha mit den Bezugsflächen.

Da sich im Regelfall einzelne Probekreise flächenmäßig nicht mit den zugehörigen Standflächen der erfaßten Bäume decken, ergibt sich für das arithmetische Mittel der flächenbezogenen Grundflächenwerte ein positiver systematischer Fehler. - Bei homogenen Beständen sind die Abweichungen der Probekreis- und Standflächen innerhalb einzelner Dichtegrade (g_i - Werte) normalverteilt. Für einzelne Dichtegrade liefert daher das gewogene Mittel erwartungstreue Grundflächenschätzwerte.

Besteht ein statistischer Zusammenhang zwischen f_i und g_i , so ist das gewogene Mittel mit einem systematischen Fehler behaftet, da die g_i /ha- Werte der größeren Probekreise stärker berücksichtigt werden. In homogenen Altersklassenbeständen ist dieser Fehler noch vernachlässigbar. Da mit dem Alter eines Bestandes die Beziehung $f_i = f(g_i)$ loser wird, verringert sich der systematische Fehler des gewogenen Mittels entsprechend. Bei Vorliegen gleichaltriger homogener Altbestände ist die Anwendung des gewogenen Mittels demnach am sinnvollsten.

Es werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie bei homogenen Altersklassenbeständen die systematischen Fehler von arithmetischem und gewogenem Mittel hergeleitet werden können.

Für inhomogene, vor allem verlichtete Bestände, wird die Anwendung des gewogenen Mittels problematisch. Hier ist das arithmetische Mittel eindeutig vorzuziehen. Um dennoch das gewogene Mittel für Altersklassenbestände mit uneinheitlichem Schlußgrad heranziehen zu können, wird eine Methode zur rechnerischen Verbesserung der Schätzwerte vorgeschlagen.

Bei Anwendung des arithmetischen Mittels ist der systematische Fehler zu berücksichtigen, der von verschiedenen Einflußgrößen abhängig ist. Für einige Fichtenbestände des Forstbezirks Bonndorf wird der Fehler in Abhängigkeit von der Stammzahl/ha grob ermittelt.

Extreme Standflächenüberlagerungen wie z.B. bei Überhältern erhöhen sowohl den systematischen wie auch den Repräsentationsfehler. Aus diesem Grund sind stark stufig aufgebaute Bestände wie Plenterwälder für die Anwendung der SEBAST ungeeignet.

Für die Ermittlung der Stammzahl/ha ist das gewogene Mittel wenig geeignet; hier sollte auf das arithmetische Mittel zurückgegriffen werden.

Der Einfluß verschiedener Pflanzverbände auf die Genauigkeit der Grundflächenschätzung ist relativ gering; die ermittelten systematischen Fehler sind vernachlässigbar.

SUMMARY

Theoretical consideration about the "6-trees-sampling" and its practical application possibilities.

The proprieties of the "6-trees-sampling" Method ("Sechs-Baum-Stichprobe") are discussed and the probabilistic implications are presented.

It is possible to construct probability polygons dependent on stand density (number of trees of surface unit). For parts of stands with a lower density the probability to be chosen as a sample are higher.

It is in consequence not necessary to weight the results g_1 /ha with the corresponding unit area.

Any other problems are discussed like the case of a statistical inference between f_1 and g_1 , the application of the arithmetical mean and so on.

Two stages stands or extremely unevenaged forests are not suitable for the inventory with the "6-trees-sampling".

Practical points of views for the application of the "6-trees-sampling" are discussed and the conclusions presented.

Résumé

Considérations théorétiques sur l'échantillonnage par six arbres et les possibilités d'application en pratique.

L'auteur présente d'abord quelques problèmes du calcul de probabilité qui se posent en relation avec l'espace vital du chaque arbre en concordance avec la surface déterminée par le procédé de "l'échantillonnage par six arbres".

La densité et la structure du peuplement y joue un rôle prédominant. Ainsi ce procédé n'est pas applicable - sans certaines précautions aux peuplements de futaie jardinée ou aux peuplement à deux ou plusieurs étages (peuplement très inéquiens en général).

On discute aussi les problèmes suscités par les diverses modalités de calculer les valeurs moyennes de la surface terrière des peuplements.

L'influence des diverses formations des plantes dans des peuplements plantés est très petite et peut-être négligée.

13. Literaturverzeichnis

- | | | |
|--------------------------------|------|--|
| BEISEL, G. | 1974 | Die Zustandserfassung in der Forsteinrichtung.
Diss. Freiburg i.Br. |
| BROWN, G.S. | 1965 | Point Density in Stems per Acre.
New Zealand. For. Research Notes
Nr.38 |
| CHEN, Chaw-Ming | 1970 | Untersuchung der Anwendungsmöglichkeit von Repräsentativaufnahmen in künstlichen Beständen -
Dargestellt am Beispiel von Waldaufnahmen in Taiwan.
Diss. Freiburg i.Br. |
| EHRENSPIEL, G. | 1971 | Möglichkeiten der Ermittlung der Standfläche von Einzelbäumen und deren Bedeutung bei der Auswertung von Versuchsflächen.
Diss. Freiburg i.Br. |
| HAUSBURG, H. | 1968 | Die Eignung der Stammabstände zur repräsentativen Stammzahl- und Vorratsermittlung.
Diss. Freiburg i.Br. |
| KAPUCU, F. | 1972 | Untersuchungen über die Anwendbarkeit von Punktstichprobenverfahren in ungleichaltrigen Naturmischbeständen.
Diss. Freiburg i.Br. |
| KO, THIRY, PELZ,
EHRENSPIEL | 1969 | Sechs-Baum-Stichprobe für die Forsteinrichtung.
AFJZ 140, Heft 8 |
| MOOSMAYER, H.U. | 1977 | 25 Jahre ertragskundliche Auswertung der Standortskarten in Baden-Württemberg.
AFZ 32, Heft 37 |
| NAGEL, D. | 1975 | Die 6-Baum-Stichprobe als EDV-Verfahren zur Vorratsberechnung.
AFZ 30, Heft 16 |

- | | | |
|--------------|------|---|
| PELZ, D. | 1968 | Repräsentativverfahren mit ideellen Probeflächen zur Ermittlung der Bestandesgrundfläche.
Diplom-Arbeit Freiburg i.Br. |
| PRODAN, M. | 1961 | Forstliche Biometrie. München |
| PRODAN, M. | 1965 | Holzmeßlehre. Frankfurt/M. |
| PRODAN, M. | 1968 | Punktstichprobe für die Forsteinrichtung.
D. Forst- u. Holzwirt Nr. 11 |
| SCHÖPFER, W. | 1969 | Die 6-Baum-Stichprobe in der Forsteinrichtung.
AFZ 24, Heft 26/29 |
| STÖHR, F.K. | 1963 | Erweiterungsmöglichkeiten der Winkelzählprobe.
Diss. Freiburg i.Br. |
| STÖHR, F.K. | 1968 | Die einzelstammweise Bestimmung von Kreisfläche, Masse und laufendem Zuwachs pro ha mit Hilfe der variablen Winkelzählprobe.
AFJZ 139, Heft 11/12 |
| TROMMER, R. | 1969 | Stichprobentheoretische Gesichtspunkte bei der Schätzung von Stammzahl und Grundfläche mit Hilfe von Stammabstandsverfahren.
Arch. f. Forstwes. 18, 9/10 |

Lebenslauf

Am 22.9.1944 wurde ich als Sohn des Kaufmanns Eugen Hirner und seiner Ehefrau Ruth geb. Söll in Schwäbisch Gmünd geboren. Dort besuchte ich die Grundschule von 1951 - 1955, anschließend bis zum Abitur im Jahre 1964 das Parler-Gymnasium. Es folgten 2 Jahre Dienstzeit bei der Bundeswehr, bevor ich im Sommersemester 1966 das Studium der Forstwissenschaften an der Albert-Ludwigs-Universität zu Freiburg i.Br. aufnahm. Im Frühjahr 1968 legte ich die forstliche Diplomvorprüfung und im Herbst 1970 die Hochschulschlußprüfung ab. Dazwischen lag ein Semester an der Hochschule für Bodenkultur in Wien.

Nach dem Studium arbeitete ich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Forstliche Ertragskunde, Abteilung Biometrie. Im Frühjahr 1972 trat ich in den Dienst der Landesforstverwaltung Baden-Württemberg ein. Ende 1973 absolvierte ich die Große Forstliche Staatsprüfung.

Von Dezember 1973 bis Februar 1976 war ich 2. Beamter am Staatl. Forstamt Heilbronn. Seit März 1976 bin ich bei der Forstdirektion Stuttgart in der Waldfunktionenkartierung tätig.

